COMBINAZIONE OTTIMA DEI FATTORI DI PRODUZIONE

COME GIÀ VISTO IN PRECEDENZA, LA FUNZIONE DI PRODUZIONE ESPRIME LA QUANTITÀ PRODOTTA Q DI UN BENE, IN RELAZIONE AI DUE FATTORI DI PRODUZIONE CHE SONO IL CAPITALE K IMPIEGATO E LA QUANTITÀ DI LAVORO L UTILIZZATA.
UNO DEI PROBLEMI FONDAMENTALI DI UN'IMPRESA È LA DETERMINAZIONE DELLA COMBINAZIONE OTTIMA DI TALI FATTORI.
NELLA TEORIA ECONOMICA SI CONSIDERANO DIVERSE TIPOLOGIE DI FUNZIONI DI PRODUZIONE CON LA CONDIZIONE CHE SIANO CONTINUE (E QUINDI DERIVABILI) E CHE PER LE DERIVATE PARZIALI PRIME E SECONDE SI ABBIA

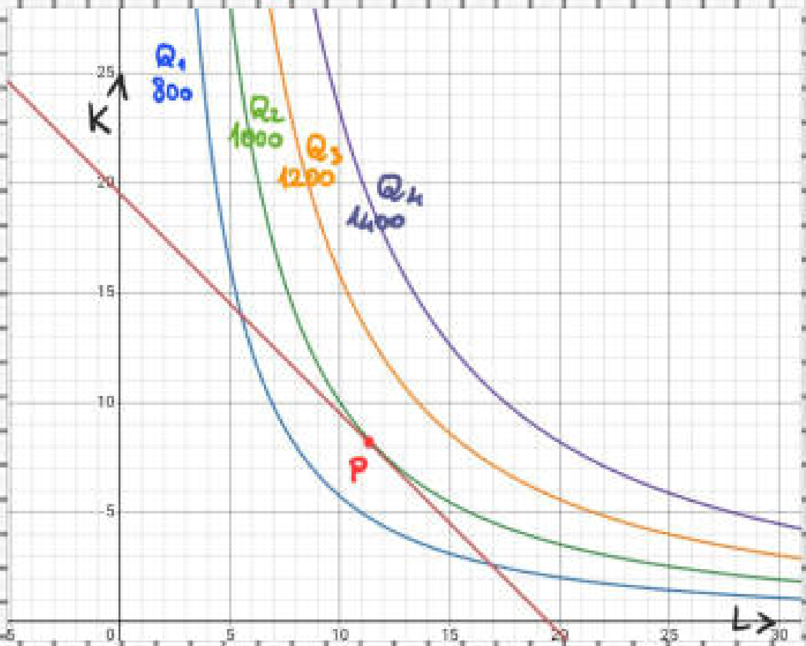
$$\frac{\partial Q}{\partial K} > 0 \quad E \quad \frac{\partial Q}{\partial L} > 0$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial K^2} < 0 \quad E \quad \frac{\partial^2 Q}{\partial L^2} < 0$$

LE LINEE DI LIVELLO DI UNA FUNZIONE DI PRODUZIONE IN ECONOMIA SONO DETTE ISOQUANTI, IN QUANTO OGNUNA RAPPRESENTA TUTTE LE COMBINAZIONI DI (K; L) CHE LASCIANO INVARIATA LA QUANTITÀ Q DI BENE PRODOTTO.
PER OGNI FUNZIONE DI PRODUZIONE GLI ISOQUANTI SI RAPPRESENTANO NEL I QUADRANTE CON CURVE DECRESCENTI E CONCAVITÀ VERSO L'ALTO TALI CHE AL CRESCERE DI Q SI ALLONTANANO DALL'ORIGINE.
SPESSO SI UTILIZZA IL COEFFICIENTE ANGOLARE DELLA RETTA TANGENTE IN UN PUNTO AD UN ISOQUANTO, DETTO

Combinazione ottima dei fattori di produzione

TASSO TECNICO MARGINALE DI SOSTITUZIONE.



IL VALORE DEL TASSO TECNICO SI RICAVA DIFFERENZIANDO LA FUNZIONE DI PRODUZIONE, CIOÈ:

$$dQ = Q'_K dK + Q'_L dL$$

SE UN ISOQUANTO Q_0 È COSTANTE (RETTA ORIZZONTALE) ALLORA $dQ_0 = 0$, COSÌ

$$Q'_K dK + Q'_L dL = 0$$

DALLA QUALE

$$\frac{dK}{dL} = -\frac{Q'_L}{Q'_K}$$

TRA LE FUNZIONI DI PRODUZIONE PIÙ UTILIZZATE VI È LA FUNZIONE DI COBB-DOUGLAS DEFINITA DALL'ESPRESSIONE:

$$Q = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta}$$

DOVE $0<\alpha<1$, $0<\beta<1$ E A È UNA COSTANTE POSITIVA CHE DIPENDE DAL LIVELLO TECNOLOGICO DELL'AZIENDA.

IL COMPORTAMENTO DELLA FUNZIONE DI COBB-DOUGLAS AL

VARIARE DEI PARAMETRI α E β È RIASSUNTO DALLA SEGUENTE TABELLA

	Funzione Cobb-Douglas	Rendimenti	Esempio
$\alpha+\beta=1$	in senso stretto	costanti	se le quantità dei fattori K ed L raddoppiano anche la quantità prodotta raddoppia: $f(2K;2L)=A(2K)^{\alpha}(2L)^{\beta}=2Q$
$\alpha+\beta>1$	generalizzata	crescenti	se le quantità dei fattori K ed L raddoppiano la quantità prodotta risulta più che doppia: $f(2K;2L)=A(2K)^{\alpha}(2L)^{\beta}>2Q$
$\alpha+\beta<1$	generalizzata	decrescenti	se le quantità dei fattori K ed L raddoppiano la quantità prodotta risulta meno che doppia: $f(2K;2L)=A(2K)^{\alpha}(2L)^{\beta}<2Q$

I PROBLEMI CHE SI POSSONO PRESENTARE ALLE AZIENDE, RISOLVIBILI MEDIANTE L'UTILIZZO DELLE FUNZIONI DI PRODUZIONE, SONO SOSTANZIALMENTE DUE:

1- MINIMIZZARE IL COSTO TOTALE DEI FATTORI DI PRODUZIONE PER PRODURRE UNA QUANTITÀ PREFISSATA DI BENE.

INDICANDO CON r IL COSTO UNITARIO DEL CAPITALE E CON w IL COSTO UNITARIO DEL LAVORO, BISOGNA DETERMINARE IL MINIMO DELLA FUNZIONE COSTO TOTALE, CIOÈ

$$C=rK+wL$$

CON IL VINCOLO DELLA PRODUZIONE PREFISSATA ESPRESSO DALLA RELAZIONE

$$f(K;L)=Q_0$$

2- MASSIMIZZARE LA PRODUZIONE CON UN LIVELLO DI COSTI PREFISSATO.

BISOGNA QUINDI DETERMINARE IL MASSIMO DELLA FUNZIONE DI PRODUZIONE

$$Q = f(K; L)$$

CON IL VINCOLO DEL COSTO TOTALE DI PRODUZIONE

$$rK + wL = C_0$$

IL PRIMO PROBLEMA SI PUÒ RISOLVERE MEDIANTE LE LINEE DI LIVELLO, MENTRE IL SECONDO ESSENDO LA RELAZIONE DEL VINCOLO UNA ESPRESSIONE DI PRIMO GRADO (LINEARE) SI PUÒ RISOLVERE MEDIANTE IL METODO DI SOSTITUZIONE O LE LINEE DI LIVELLO.