Funzione domanda e funzione offerta

SE PENSIAMO ALLA SOCIETÀ MODERNA COME AD UN MERCATO IN CUI OPERANO SOGGETTI CHE PRODUCONO E VENDONO PRODOTTI O SERVIZI E SOGGETTI CHE LI ACQUISTANO E LI UTILIZZANO, POSSIAMO IMMAGINARE UN FLUSSO DI BENI INFLUENZATO DA MOLTI FATTORI, COME IL PREZZO DEL BENE STESSO, IL PREZZO DI ALTRI BENI CONCORRENZIALI, I COSTI CHE SERVONO PER PRODURRE IL BENE E IL REDDITO DI CHI ACQUISTA IL BENE.

PRECISIAMO ALLORA IL SIGNIFICATO DI ALCUNI TERMINI:

BENE

QUALUNQUE PRODOTTO O SERVIZIO DISPONIBILE NEL MERCATO

MERCATO

IL CONTESTO DI SCAMBIO DEI BENI, CHE PUÒ FUNZIONARE CON DUE DIVERSI TIPI DI MECCANISMO, QUELLO DELLA CONCORRENZA PERFETTA IN CUI UN GRAN NUMERO DI SOGGETTI VENDITORI ED ACQUIRENTI NON PERMETTE DI INFLUENZARE IL PREZZO DEL BENE OGGETTO DI SCAMBIO, E QUELLO DEL MONOPOLIO IN CUI UN UNICO SOGGETTO VENDITORE E MOLTI SOGGETTI ACQUIRENTI CONSENTE DI INFLUENZARE IL PREZZO DEL BENE.

Funzione domanda e funzione offerta

DOMANDA

LA FUNZIONE MATEMATICA CHE ESPRIME LA QUANTITÀ DI UN BENE RICHIESTA DAGLI ACQUIRENTI

OFFERTA

LA FUNZIONE MATEMATICA CHE ESPRIME LA QUANTITÀ DI UN BENE RESA DISPONIBILE DAI PRODUTTORI DEL BENE.

LA FUNZIONE DELLA DOMANDA

POSSIAMO QUINDI STUDIARE TALE FLUSSO DI BENI CONSIDERANDO COME UNICA VARIABILE INDIPENDENTE IL PREZZO DEL BENE STESSO.

ESPRIMIAMO ALLORA LA FUNZIONE DELLA DOMANDA CHE DIPENDE DAL PREZZO COME

$$x = f(p)$$

DOVE

x È LA QUANTITÀ DEL BENE RICHIESTA

p È IL PREZZO DEL BENE

IN GENERALE LA DOMANDA È UNA FUNZIONE DECRESCENTE O AL PIÙ NON CRESCENTE DEL PREZZO DEL BENE, CIOÈ DECRESCE O AL PIÙ NON CRESCE AL CRESCERE DEL PREZZO DEL BENE.

SPESSO IN ECONOMIA SI PREFERISCE CONSIDERARE (SE ESISTE) LA SUA INVERSA, CIOÈ ESPRIMENDO IL PREZZO IN FUNZIONE DELLA DOMANDA

$$p = f^{-1}(x)$$

QUESTA FUNZIONE, ANCH'ESSA DECRESCENTE PRENDE IL NOME DI FUNZIONE DI VENDITA E RAPPRESENTA IL PREZZO P AL QUALE SI PUÒ VENDERE UNA CERTA QUANTITÀ X DI BENE.

OSSERVAZIONE:

NELLA REALTÀ NON SI CONOSCE L'ESATTA FUNZIONE MATEMATICA DELLA DOMANDA, MA MEDIANTE RILEVAZIONI STATISTICHE SI POSSONO DETERMINARE I VALORI DELLA QUANTITÀ X DI BENE RICHIESTA AL VARIARE DEL PREZZO P, E CON OPPORTUNI METODI STATISTICI DETTI DI PEREQUAZIONE, SI DETERMINA UNA FUNZIONE MATEMATICA CHE RAPPRESENTA LA DOMANDA DEL BENE.

LE FUNZIONI DELLA DOMANDA PIÙ COMUNI SONO:

1- FUNZIONE DI PRIMO GRADO

QUESTO TIPO DI FUNZIONE SI PRESENTA NELLA FORMA

$$\boxed{x = a - bp}$$

DOVE

$p \geq 0$ QUANTITÀ NON NEGATIVA

E

$a, b > 0$ QUANTITÀ POSITIVE

Funzione domanda e funzione offerta

AFFINCHÉ I VALORI DELLA DOMANDA DEL BENE SIANO POSITIVI O AL MASSIMO NULLI DEVE ESSERE

$$\boxed{x \geq 0}$$

E CIOÉ

$$a - bp \geq 0$$

COSÍ

$$a \geq bp \Rightarrow p \leq \frac{a}{b}$$

ED ESSENDO ANCHE $p \geq 0$ ALLORA TALE FUNZIONE DELLA DOMANDA É DEFINITA PER

$$\boxed{0 \leq p \leq \frac{a}{b}}$$

PER TRACCIARE IL GRAFICO RIPORTIAMO IL PREZZO P (VARIABILE INDIPENDENTE) SULL'ASSE DELLE ASCISSE E LA QUANTITÁ X SULL'ASSE DELLE ORDINATE.

CALCOLIAMO POI LE INTERSEZIONI CON GLI ASSI, E CIOÉ:

$$x = 0 \Rightarrow a - bp = 0 \Rightarrow a = bp \Rightarrow \boxed{p = \frac{a}{b}}$$

$$p = 0 \Rightarrow x = a - b \cdot (0) \Rightarrow \boxed{x = a}$$

COSÍ

ESEMPIO

LA DOMANDA DI UN CERTO BENE È ESPRESSA DALLA FUNZIONE DI PRIMO GRADO

$$X = 100 - 20p$$

DOVE

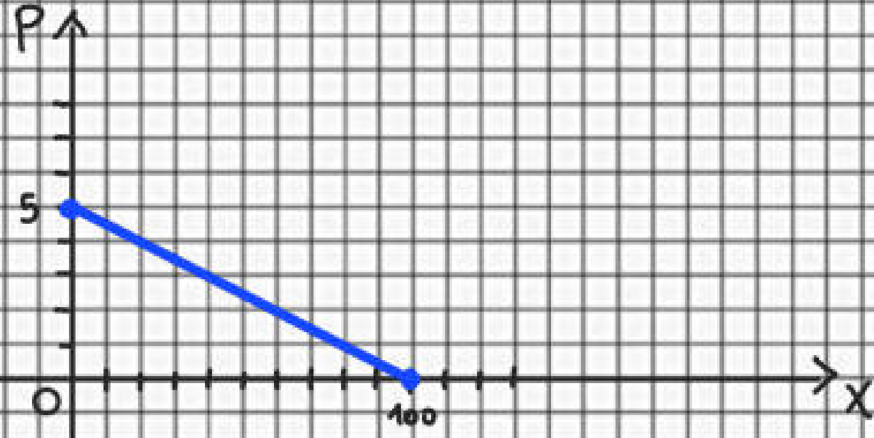
$$a = 100 \quad E \quad b = 20 \quad E \quad \frac{a}{b} = 5$$

QUINDI LA SUA RAPPRESENTAZIONE GRAFICA SARÀ

MENTRE LA FUNZIONE DI VENDITA SARÀ

$$p = 5 - \frac{1}{20} X$$

E GRAFICAMENTE ANCH'ESSA RAPPRESENTA UN SEGMENTO DI RETTA



2 - FUNZIONE DI SECONDO GRADO

QUESTO TIPO DI FUNZIONE SI PRESENTA NELLA FORMA

$$\boxed{x = a - bp^2}$$

DOVE

$p \geq 0$ QUANTITÀ NON NEGATIVA

E

$a, b > 0$ QUANTITÀ POSITIVE

AFFINCHÉ I VALORI DELLA DOMANDA DEL BENE SIANO POSITIVI O AL MASSIMO NULLI DEVE ESSERE

$$\boxed{x \geq 0}$$

E CIOÈ

$$a - bp^2 \geq 0$$

COSÌ

$$a \geq bp^2 \Rightarrow p^2 \leq \frac{a}{b} \Rightarrow -\sqrt{\frac{a}{b}} \leq p \leq +\sqrt{\frac{a}{b}}$$

ED ESSENDO $p \geq 0$ LA FUNZIONE È DEFINITA PER

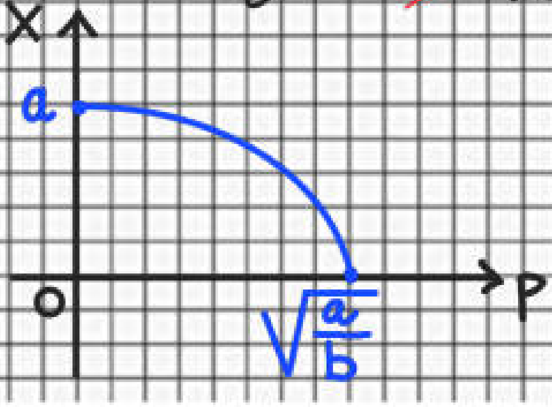
$$\boxed{0 \leq x \leq \sqrt{\frac{a}{b}}}$$

LE INTERSEZIONI CON GLI ASSI SONO

$x = 0 \Rightarrow a - bp^2 = 0 \Rightarrow p^2 = \frac{a}{b} \Rightarrow \cancel{p = -\sqrt{\frac{a}{b}}}$ E $\boxed{p = +\sqrt{\frac{a}{b}}}$

$p = 0 \Rightarrow \boxed{x = a}$

COSÌ



ESEMPIO

LA DOMANDA DI UN CERTO BENE È ESPRESSA DALLA FUNZIONE DI SECONDO GRADO

$$X = 180 - 0{,}2\,p^2$$

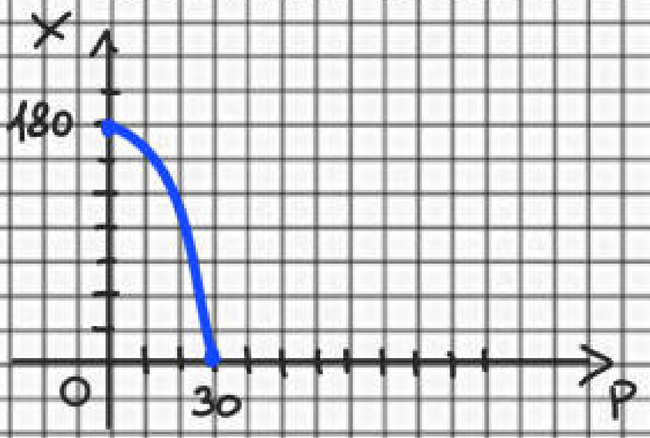
DOVE

$$a = 180 \quad E \quad b = 0{,}2$$

MENTRE

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{\frac{180}{0{,}2}} = \sqrt{900} = 30$$

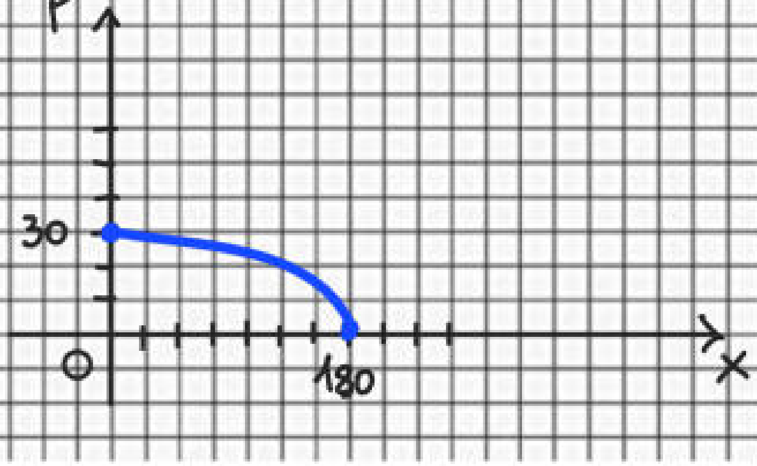
QUINDI LA SUA RAPPRESENTAZIONE GRAFICA SARÀ



MENTRE LA FUNZIONE DI VENDITA SARÀ

$$P = \sqrt{30 - \frac{1}{0{,}2}X}$$

E GRAFICAMENTE ANCH'ESSA RAPPRESENTA UN ARCO DI PARABOLA



3- FUNZIONE FRATTA

IN QUESTO CASO LA FUNZIONE È NELLA FORMA

$$\boxed{X = \frac{a}{p+c} - b}$$

DOVE

$p, b, c \geq 0$ QUANTITÀ NON NEGATIVE

E

$a > 0$ QUANTITÀ POSITIVA

VISTO CHE DEVE ESSERE

$$\boxed{X \geq 0}$$

ALLORA

$$\frac{a}{p+c} - b \geq 0$$

CIOÈ

$$\frac{a}{p+c} \geq b \Rightarrow \frac{a}{b} \geq p+c \Rightarrow p \leq \frac{a}{b} - c$$

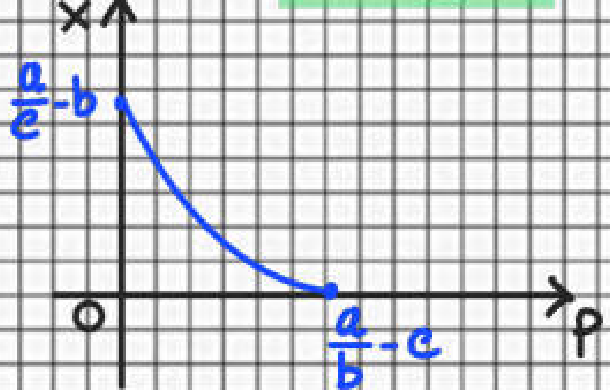
QUINDI LA FUNZIONE È DEFINITA PER

$$\boxed{0 \leq p \leq \frac{a}{b} - c}$$

LE INTERSEZIONI CON GLI ASSI SONO

$$X = 0 \Rightarrow \frac{a}{p+c} - b = 0 \Rightarrow \boxed{p = \frac{a}{b} - c}$$

$$p = 0 \Rightarrow \boxed{X = \frac{a}{c} - b}$$



4- FUNZIONE ESPONENZIALE

IN QUESTO CASO LA FUNZIONE È NELLA FORMA

$$\boxed{X = a \cdot e^{-bp}}$$

DOVE

$p \geq 0$ QUANTITÀ NON NEGATIVA

E

$a, b > 0$ QUANTITÀ POSITIVE

VISTO CHE LA FUNZIONE ESPONENZIALE CON BASE e È SEMPRE POSITIVA ALLORA È DEFINITA SEMPLICEMENTE PER

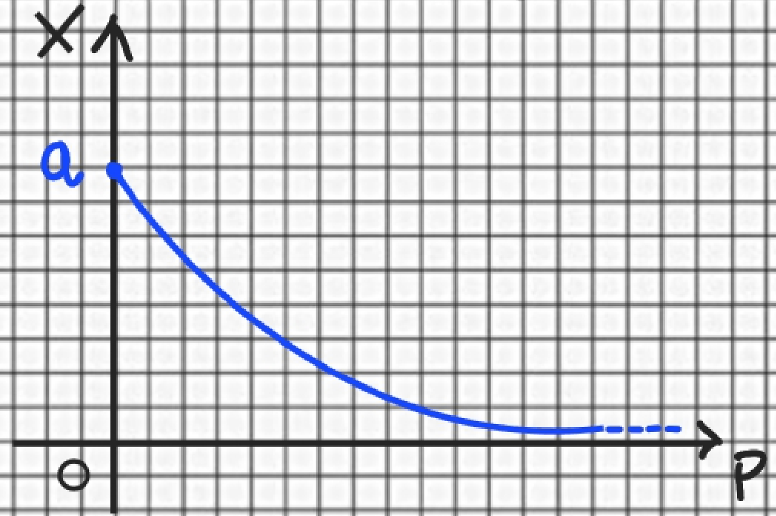
$$\boxed{p \geq 0}$$

SE $p = 0 \Rightarrow X = a \cdot \cancel{e^{-b0}}^{1} \Rightarrow X = a$

MENTRE SE P TENDE AD ESSERE SEMPRE PIÙ GRANDE, CIOÈ AD INFINITO

$$\lim_{p \to +\infty} a \cdot e^{-bp} = \lim_{p \to +\infty} a \cancel{\frac{1}{e^{+bp}}}^{0} = 0$$

COSÌ



PER TUTTE LE FUNZIONI VISTE SI PUÓ VERIFICARE FACILMENTE CHE SONO DECRESCENTI, CIOÉ DECRESCONO AL CRESCERE DEL PREZZO, INFATTI CALCOLANDO LE LORO DERIVATE PRIME RISULTANO TUTTE NEGATIVE.

COME SAPPIAMO PER VALUTARE LA VARIAZIONE DELLA DOMANDA RISPETTO AL PREZZO, SI DEVE CONSIDERARE IL COEFFICIENTE DI ELASTICITÁ E CIOÉ IL RAPPORTO TRA LA VARIAZIONE RELATIVA DELLA DOMANDA (LA FUNZIONE) E LA VARIAZIONE RELATIVA DEL PREZZO (LA VARIABILE).

CONSIDERANDO COSÍ P_1 E P_2 DUE PREZZI DI UNO STESSO BENE E X_1 ED X_2 LE CORRISPONDENTI QUANTITÁ DI DOMANDA LA VARIAZIONE RELATIVA DELLA DOMANDA (LA FUNZIONE) SARÁ:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{X_2 - X_1}{X_1}$$

MENTRE LA VARIAZIONE RELATIVA DEL PREZZO (LA VARIABILE)

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{P_2 - P_1}{P_1}$$

E IL COEFFICIENTE DI ELASTICITÁ DELLA DOMANDA O ELASTICITÁ DELL'ARCO SARÁ

$$\varepsilon_d = \frac{\frac{\Delta f}{f}}{\frac{\Delta x}{x}} = \frac{\frac{X_2 - X_1}{X_1}}{\frac{P_2 - P_1}{P_1}} = \frac{P_1}{X_1} \cdot \frac{X_2 - X_1}{P_2 - P_1}$$

ED IN GENERALE L'ELASTICITÁ DELL'ARCO IN UN PUNTO

DI COORDINATE $(P;X)$ È

$$\mathcal{E}_d=\frac{P}{X}\cdot\frac{\Delta X}{\Delta P}$$

OSSERVAZIONE: IN QUESTO CASO SE

→ LA VARIAZIONE TRA I PREZZI P_1 E P_2 È GRANDE

OPPURE

→ NON SI CONOSCE LA LEGGE DELLA DOMANDA (CIOÉ LA FUNZIONE)

CONSIDERATO L'ARCO DI ESTREMI $(P_1;X_1)$ E $(P_2;X_2)$, COME VALORE DEL RAPPORTO

$$\frac{P}{X}$$

SI CONSIDERA IL PUNTO MEDIO DEGLI ESTREMI, CIOÉ

$$P=\frac{P_1+P_2}{2} \quad \text{E} \quad X=\frac{X_1+X_2}{2}$$

COSÍ

$$\mathcal{E}_d=\frac{\frac{P_1+P_2}{\cancel{2}}}{\frac{X_1+X_2}{\cancel{2}}}\cdot\frac{\Delta X}{\Delta P}=\frac{P_1+P_2}{X_1+X_2}\cdot\frac{\Delta X}{\Delta P}$$

COME SAPPIAMO POI SE LA FUNZIONE DELLA DOMANDA È DERIVABILE NEL CONTINUO, POSSIAMO CALCOLARE L'ELASTICITÀ PUNTUALE DELLA DOMANDA MEDIANTE

$$\mathcal{E}_d=\frac{P}{X}\cdot\frac{dX}{dP}=\frac{P}{X}\cdot X'$$

VISTO CHE LA FUNZIONE DELLA DOMANDA $X=f(P)$ É SEMPRE

Funzione domanda e funzione offerta

UNA FUNZIONE DECRESCENTE, SIA L'ELASTICITÀ DELL'ARCO CHE L'ELASTICITÀ PUNTUALE SARANNO NEGATIVE E IN GENERALE SI CONSIDERA IL SUO VALORE ASSOLUTO IN MODO DA DISTINGUERE TRE CASI POSSIBILI:

A $|\varepsilon_d| < 1$ DOMANDA RIGIDA O NON ELASTICA

SI VERIFICA QUANDO LA VARIAZIONE RELATIVA DELLA DOMANDA È MINORE DELLA VARIAZIONE RELATIVA DEL PREZZO (AD ESEMPIO PER BENI DI PRIMA NECESSITÀ COME PANE E MEDICINALI OPPURE PER BENI DI LUSSO)

B $|\varepsilon_d| = 1$ DOMANDA ANELASTICA O UNITARIA

LA VARIAZIONE RELATIVA DELLA DOMANDA È UGUALE ALLA VARIAZIONE RELATIVA DEL PREZZO

C $|\varepsilon_d| > 1$ DOMANDA ELASTICA

LA VARIAZIONE RELATIVA DELLA DOMANDA È SUPERIORE ALLA VARIAZIONE RELATIVA DEL PREZZO (AD ESEMPIO PER BENI SUPERFLUI)

IN DEFINITIVA, AD ESEMPIO SE CONSIDERIAMO IL CASO IN CUI LA DOMANDA DI UN BENE È ESPRESSA DA UNA FUNZIONE LINEARE

$$x = a - bp \quad \text{CON } a, b > 0 \text{ E } 0 \leq p \leq \frac{a}{b}$$

PER DETERMINARE IL COEFFICIENTE DI ELASTICITÀ DELL'ARCO

E IL COEFFICIENTE DI ELASTICITÀ PUNTUALE SI PROCEDE NEL MODO SEGUENTE:

1 DATI 2 PREZZI P_1 E P_2, CALCOLIAMO L'ELASTICITÀ DELL'ARCO

$$X_1 = a - bP_1 \quad \text{E} \quad X_2 = a - bP_2$$

$$|\mathcal{E}d| = \left| \frac{P_1}{X_1} \cdot \frac{X_2 - X_1}{P_2 - P_1} \right| = \left| \frac{P_1}{a - bP_1} \cdot \frac{\cancel{a} - bP_2 - \cancel{a} + bP_1}{P_2 - P_1} \right| =$$

$$= \left| \frac{P_1}{a - bP_1} \cdot \frac{-b\cancel{(P_2 - P_1)}}{\cancel{P_2 - P_1}} \right| = \left| -\frac{bP_1}{a - bP_1} \right| = \boxed{\frac{bP_1}{a - bP_1}}$$

SI PUÒ NOTARE COME IL COEFFICIENTE DI ELASTICITÀ DELL'ARCO PER LA FUNZIONE LINEARE DIPENDE SOLO DA P_1 E NON DA P_2.

2 CALCOLIAMO L'ELASTICITÀ PUNTUALE

$$X' = -b$$

$$|\mathcal{E}d| = \left| \frac{P}{X} \cdot X' \right| = \left| \frac{P}{a - bP} \cdot (-b) \right| = \left| \frac{-bP}{a - bP} \right| = \boxed{\frac{bP}{a - bP}}$$

CHE COINCIDE CON QUELLA DELL'ARCO.

ESERCIZI

1 AL PREZZO $P_1 = 10$ UN CERTO BENE HA UNA DOMANDA DI $X_1 = 100$ MENTRE SE IL PREZZO AUMENTA A $P_2 = 12$ LA DOMANDA DIMINUISCE A $X_2 = 85$ - CALCOLARE L'ELASTICITÀ DELL'ARCO DELLA DOMANDA -

$$\varepsilon_d = \frac{\frac{X_2 - X_1}{X_1}}{\frac{P_2 - P_1}{P_1}} = \frac{\frac{85-100}{100}}{\frac{12-10}{10}} = \frac{-0{,}15}{0{,}2} = \boxed{-0{,}75}$$

IN PERCENTUALE CIÒ INDICA CHE A FRONTE DI UN AUMENTO DEL PREZZO DELL'1% LA DOMANDA DIMINUISCE DELLO 0,75% -

2 LA DOMANDA DI UN BENE È ESPRESSA DALLA FUNZIONE

$$X = 10'000 - 20P \quad \text{DOVE} \quad 0 \leq P \leq 500$$

CALCOLARE L'ELASTICITÀ PUNTUALE DELLA DOMANDA PER I PREZZI $P_1 = 200$ E $P_2 = 350$ -

$P_1 \Rightarrow \quad X_1 = 10'000 - 20 \cdot 200 = 6000$

$P_2 \Rightarrow \quad X_2 = 10'000 - 20 \cdot 350 = 3'000$

$X' = -20$

QUINDI PER P_1

$$|\varepsilon_d| = \left|\frac{P}{X} \cdot X'\right| = \left|\frac{200}{6000} \cdot (-20)\right| = \left|-\frac{200}{300}\right| = \boxed{\frac{2}{3} < 1}$$

MENTRE PER P_2

$$|\varepsilon_d| = \left|\frac{350}{3000} \cdot (-20)\right| = \left|-\frac{350}{150}\right| = \boxed{\frac{7}{3} > 1}$$

PER IL PREZZO P_1 LA DOMANDA È RIGIDA MENTRE PER IL PREZZO P_2 È ELASTICA A DIMOSTRAZIONE DEL FATTO CHE TANTO PIÙ IL PREZZO DEL BENE È ALTO, TANTO PIÙ UNA SUA VARIAZIONE INFLUISCE SULLA VARIAZIONE DELLA DOMANDA.

3 LA DOMANDA DI UN BENE È ESPRESSA DALLA FUNZIONE

$$X = 250 - 0{,}1p^2 \quad \text{DOVE} \quad 0 \leq p \leq 50$$

CALCOLARE L'ELASTICITÀ PUNTUALE DELLA DOMANDA PER IL PREZZO P=30.

$$X' = -0{,}1 \cdot 2p = -0{,}2p$$

QUINDI

$$|\varepsilon_d| = \left| \frac{p}{250 - 0{,}1p^2} \cdot (-0{,}2p) \right| = \frac{0{,}2p^2}{250 - 0{,}1p^2}$$

E PER P=30 SI OTTIENE

$$|\varepsilon_d| = \frac{0{,}2 \cdot (30)^2}{250 - 0{,}1 \cdot (30)^2} = \frac{180}{160} = \boxed{1{,}125 > 1}$$

QUINDI LA DOMANDA È ELASTICA.

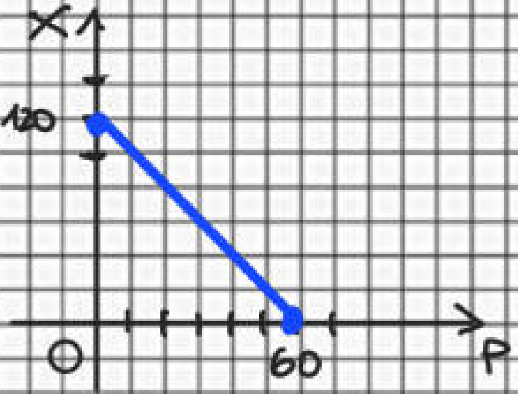
4 DATA LA SEGUENTE FUNZIONE DELLA DOMANDA DI UN CERTO BENE, RAPPRESENTARLA GRAFICAMENTE, DETERMINARE L'ELASTICITÀ PUNTUALE DELLA DOMANDA PER IL GENERICO PUNTO P E DETERMINARE LA CORRISPONDENTE FUNZIONE DI VENDITA.

$$X = 120 - 2P$$

LA FUNZIONE È DEFINITA PER

$$0 \leq P \leq 60$$

LA SUA RAPPRESENTAZIONE GRAFICA È UN SEGMENTO DI RETTA



E L'ELASTICITÀ PUNTUALE È

$$|\varepsilon_d| = \left|\frac{P}{X} \cdot X'\right| = \left|\frac{P}{120-2P} \cdot (-2)\right| = \frac{2P}{120-2P}$$

MENTRE LA FUNZIONE DI VENDITA È

$$\boxed{P = 60 - \frac{1}{2}X = 60 - 0{,}5X}$$

5 SAPENDO CHE LA DOMANDA DI UN CERTO BENE È ESPRESSA DALLA FUNZIONE LINEARE E CHE SE $P_1 = 10$ LA DOMANDA È $X_1 = 120$, MENTRE SE $P_2 = 12$ LA DOMANDA È $X_2 = 110$.

$$\begin{cases} 120 = a - b10 \\ 110 = a - b12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 120 + 10b \\ 110 = 120 + 10b - 12b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 120 + 10b \\ 2b = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 5 \\ a = 120 + 10 \cdot 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 5 \\ a = 170 \end{cases} \Rightarrow \boxed{X = 170 - 5P}$$

Funzione domanda e funzione offerta

LA FUNZIONE DELL'OFFERTA

COME PER LA DOMANDA, CONSIDERANDO COME UNICA VARIABILE INDIPENDENTE IL PREZZO DEL BENE, ESPRIMIAMO LA FUNZIONE DELL'OFFERTA CHE DIPENDE DAL PREZZO COME

$$x = g(p)$$

DOVE

x È LA QUANTITÀ DEL BENE OFFERTA
p È IL PREZZO DEL BENE

IN GENERALE L'OFFERTA È UNA FUNZIONE NON DECRESCENTE DEL PREZZO DEL BENE, CIOÈ NEI LIMITI DELLA CAPACITÀ PRODUTTIVA CRESCE O AL PIÙ NON DECRESCE AL CRESCERE DEL PREZZO DEL BENE.

SPESSO IN ECONOMIA SI PREFERISCE CONSIDERARE (SE ESISTE) LA SUA INVERSA, CIOÈ ESPRIMENDO IL PREZZO IN FUNZIONE DELL'OFFERTA, DETTA FUNZIONE DI PRODUZIONE, ANCH'ESSA NON DECRESCENTE AL CRESCERE DI x:

$$p = g^{-1}(x)$$

LE FUNZIONI DELL'OFFERTA PIÙ COMUNI SONO:

A $x = -a + bp$

DOVE
$a \geq 0$, $b > 0$ E $p > \frac{a}{b}$

B $X = a\sqrt{p-b}$

DOVE

$a>0,\ b\geq 0$ E $p>b$

C $X = a+bp^{\alpha}$

DOVE

$a\geq 0,\ b>0,\ \alpha>0$ E $p>\sqrt[\alpha]{\frac{-a}{b}}$

OSSERVAZIONE:

COME POSSIAMO NOTARE NELLA FUNZIONE DELLA OFFERTA DI PRIMO GRADO (TIPO A) IL TERMINE NOTO a È NEGATIVO, PERCHÉ SE IL PREZZO P È MINORE DI UN CERTO VALORE L'OFFERTA È NULLA, IN QUANTO AI PRODUTTORI NON CONVIENE PRODURRE.

ANCHE PER LA FUNZIONE DELL'OFFERTA SI PUÒ CALCOLARE L'ELASTICITÀ PUNTUALE CHE RISULTA POSITIVA:

$$\mathcal{E}_d = \frac{P}{X} \cdot X'$$

ESERCIZI

1 L'OFFERTA DI UN BENE È ESPRESSA DALLA FUNZIONE

$$X = 10\sqrt{p-6}$$

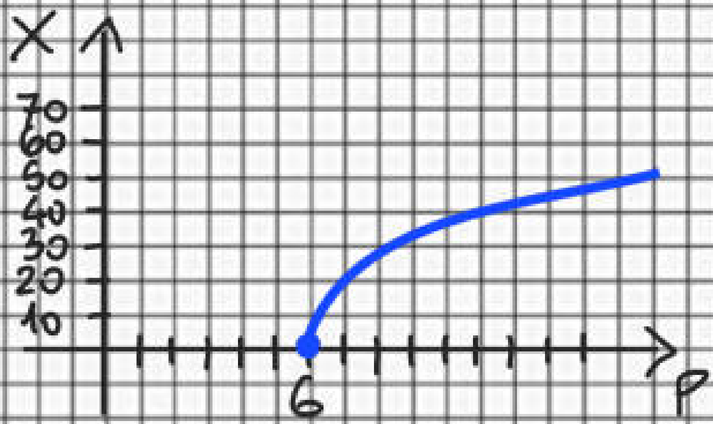
DEFINITA PER $p \geq 6$

RAPPRESENTARE GRAFICAMENTE LA FUNZIONE E DETERMINARE L'ELASTICITÀ.

$$\text{SE } P=6 \Rightarrow X = 10\cdot\sqrt{6-6} = 0$$

$$\text{SE } P\to+\infty \Rightarrow \lim_{P\to+\infty} 10\cdot\sqrt{P-6} = +\infty$$

QUINDI:



POI

$$X' = \frac{10}{2\sqrt{P-6}} = \frac{5}{\sqrt{P-6}}$$

COSÌ

$$\mathcal{E}_d = \frac{P}{X}\cdot X' = \frac{P}{\cancel{10}^{\,2}\sqrt{P-6}}\cdot\frac{\cancel{5}^{\,1}}{\sqrt{P-6}} = \boxed{\frac{P}{2(P-6)}}$$

2 DATA LA FUNZIONE DELL'OFFERTA

$$X = -200 + 4P$$

DETERMINARE:

A) IL PREZZO AL DI SOTTO DEL QUALE AL PRODUTTORE NON CONVIENE VENDERE

B) L'ELASTICITÀ PUNTUALE PER $P=180$

c) L'ELASTICITÀ DELL'ARCO SE IL PREZZO PASSA DA 100 A 150

d) LA FUNZIONE DI PRODUZIONE

A) $X \leq 0 \Rightarrow -200+4p \leq 0 \Rightarrow 4p \leq 200 \Rightarrow \boxed{p \leq 50}$

B) $X' = 4 \Rightarrow \mathcal{E}_d = \frac{P}{-200+4p} \cdot 4 = \frac{4P}{-200+4P}$

SE $P=180 \Rightarrow \mathcal{E}_d = \frac{4 \cdot 180}{-200+4 \cdot 180} = \frac{\cancel{720}^{18}}{\cancel{520}_{13}} = \boxed{\frac{18}{13}}$

C) SE $P_1 = 100 \Rightarrow X_1 = -200+4(100) = +200$

SE $P_2 = 150 \Rightarrow X_2 = -200+4(150) = +400$

QUINDI

$$\mathcal{E} = \frac{\frac{X_2 - X_1}{X_1}}{\frac{P_2 - P_1}{P_1}} = \frac{\frac{400-200}{200}}{\frac{150-100}{100}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = \boxed{2}$$

d) $X = -200+4p \Rightarrow 4p = X+200 \Rightarrow \boxed{p = 50 + \frac{1}{4}X}$

EQUILIBRIO TRA DOMANDA E OFFERTA

I REQUISITI AFFINCHÉ UN MERCATO SIA DI LIBERA CONCORRENZA SONO:

1- OMOGENEITÀ DEL PRODOTTO

CIOÈ CHE PRODOTTI DI DIVERSE IMPRESE, OTTENUTI MEDIANTE PROCESSI PRODUTTIVI SIMILI O ADDIRITTURA UGUALI, SIANO INDISTINGUIBILI.

2- TRASPARENZA DEL MERCATO

OGNI OPERATORE DEVE CONOSCERE LA DOMANDA, L'OFFERTA ED IL RELATIVO PREZZO DEL BENE.

3- LIBERTÀ DI MOVIMENTO

OGNI OPERATORE PUÒ ESSERE LIBERO DI ENTRARE O USCIRE DAL MERCATO IN BASE ALLA PROPRIA CONVENIENZA.

4- DIVISIONE DELLA DOMANDA E DELL'OFFERTA

DEVE ESSERE PRESENTE UN GRAN NUMERO DI PRODUTTORI E DI CONSUMATORI IN MODO TALE CHE NESSUN SINGOLO OPERATORE POSSA INFLUENZARE IL PREZZO DEL BENE.

QUINDI LA DETERMINAZIONE DI UN PREZZO DI EQUILIBRIO TRA DOMANDA E OFFERTA È FONDAMENTALE IN UN MERCATO CHE OPERA IN UN MECCANISMO DI CONCORRENZA PERFETTA.

ALLORA PER LE CARATTERISTICHE ELENCATE IL PREZZO È DETERMINATO DALL'INCONTRO TRA LA DOMANDA E L'OFFERTA E IL MODELLO MATEMATICO È DATO DAL

SEGUENTE SISTEMA:

$$\begin{cases} X_d = f(P) & \text{FUNZIONE DELLA DOMANDA} \\ X_s = g(P) & \text{FUNZIONE DELL'OFFERTA} \\ X_d = X_s \Rightarrow f(P) = g(P) \end{cases}$$

DOVE

X_d QUANTITÀ DEL BENE RICHIESTA DAI CONSUMATORI

X_s QUANTITÀ DEL BENE OFFERTA DAI PRODUTTORI

DALL'ULTIMA EQUAZIONE, CHE RAPPRESENTA LA CONDIZIONE DI EQUILIBRIO TRA DOMANDA E OFFERTA, SI RICAVA IL PREZZO DI EQUILIBRIO ($\bar{P}$) CHE RENDE UGUALI DOMANDA E OFFERTA.

SE SI VERIFICA CHE IL PREZZO È MINORE DEL PREZZO DI EQUILIBRIO, CIOÈ

$$P_1 < \bar{P}$$

VUOL DIRE CHE LA DOMANDA È MAGGIORE DELLA OFFERTA E DI CONSEGUENZA IL PREZZO TENDE AD AUMENTARE (BASTA PENSARE AD ESEMPIO AL CASO IN CUI IN UN CERTO PERIODO PER SVARIATI MOTIVI LA PRODUZIONE DI GRANO RISULTA BASSA IL PREZZO AUMENTA).

MENTRE SE SI VERIFICA CHE IL PREZZO È MAGGIORE DEL PREZZO DI EQUILIBRIO, CIOÈ

$$P_2 > \bar{P}$$

VUOL DIRE CHE L'OFFERTA È MAGGIORE DELLA DOMANDA E DI CONSEGUENZA IL PREZZO TENDE A DIMINUIRE (AD

ESEMPIO SE LA PRODUZIONE DI GRANO È STATA BUONA, I PRODUTTORI DIMINUISCONO IL PREZZO)_

OSSERVAZIONE:

SIA LA DOMANDA CHE L'OFFERTA SONO FUNZIONI CHE MUTANO NEL TEMPO, DI CONSEGUENZA AD OGNI MUTAZIONE SI RAGGIUNGE UN NUOVO EQUILIBRIO, CON UN NUOVO PREZZO DI EQUILIBRIO ED UNA NUOVA QUANTITÁ DI EQUILIBRIO TRA DOMANDA E OFFERTA_

ESERCIZI

1 LA DOMANDA E L'OFFERTA DI UN CERTO BENE SONO ESPRESSE DALLE SEGUENTI FUNZIONI

$$X_d = 160 - 0{,}1p^2 \qquad \text{DOMANDA}$$

DEFINITA PER $160 - 0{,}1p^2 \geq 0$

CIOÉ $160 - 0{,}1p^2 = 0$

$$p = \pm\sqrt{\frac{-160}{-0{,}1}} = \pm 40$$

COSÍ

$$-40 \leq p \leq +40$$

MENTRE

$$X_s = -14 + 2{,}8p \qquad \text{OFFERTA}$$

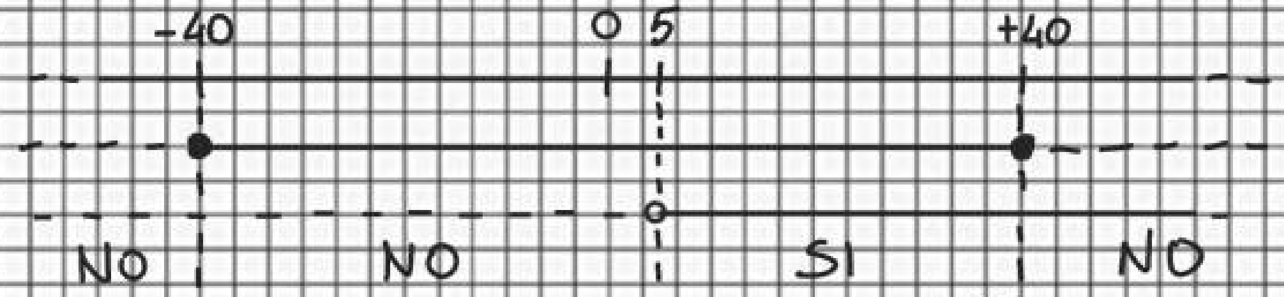
DEFINITA PER $-14 + 2{,}8p > 0$

CIOÉ $2{,}8p > 14$

COSÍ

$$p > 5$$

VISTO CHE DEVONO ESSERE SODDISFATTE ENTRAMBE ALLORA



IL PREZZO COMPATIBILE PER ENTRAMBE È

$$5 < p \leq 40$$

IL MODELLO DI EQUILIBRIO È

$$\begin{cases} X_d = 160 - 0{,}1\,p^2 \\ X_s = -14 + 2{,}8\,p \\ X_d = X_s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_d = 160 - 0{,}1\,p^2 \\ X_s = -14 + 2{,}8\,p \\ 160 - 0{,}1\,p^2 = -14 + 2{,}8\,p \end{cases}$$

DALLA CONDIZIONE DI EQUILIBRIO RICAVIAMO IL PREZZO DI EQUILIBRIO

$$160 - 0{,}1\,p^2 = -14 + 2{,}8\,p \Rightarrow 0{,}1\,p^2 + 2{,}8\,p - 174 = 0$$

$$\Delta = (2{,}8)^2 - 4(0{,}1)(-174) = 7{,}84 + 69{,}6 = 77{,}44$$

$$p_{1,2} = \frac{-2{,}8 \pm \sqrt{77{,}44}}{2 \cdot 0{,}1} = \frac{-2{,}8 \pm 8{,}8}{0{,}2} = \begin{cases} \dfrac{-2{,}8 - 8{,}8}{0{,}2} = -\dfrac{11{,}6}{0{,}2} = \cancel{-58} \\ \dfrac{-2{,}8 + 8{,}8}{0{,}2} = \dfrac{6}{0{,}2} = +30 \end{cases}$$

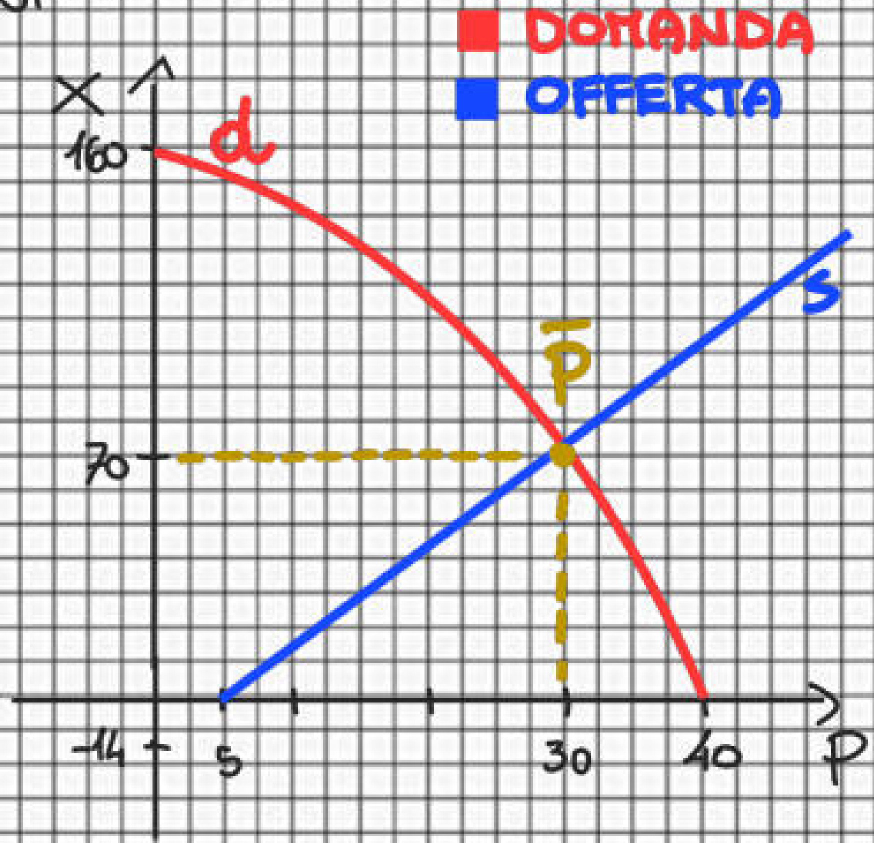
ESCLUDENDO NATURALMENTE LA SOLUZIONE NEGATIVA IL PREZZO DI EQUILIBRIO È

$$\bar{p} = 30$$

CHE CORRISPONDE ALLA QUANTITÀ DI DOMANDA E OFFERTA

$$X_d = X_s = 70$$

RAPPRESENTANDO GRAFICAMENTE ENTRAMBE LE FUNZIONI



SI PUÒ NOTARE CHE PER $5<x<30$ SI HA UN SURPLUS DI DOMANDA O ECCESSO DI DOMANDA CIOÈ LA DOMANDA È MAGGIORE DELL'OFFERTA, MENTRE PER $30<p\leq 40$ SI HA UN SURPLUS DI OFFERTA O ECCESSO DI OFFERTA CIOÈ L'OFFERTA È MAGGIORE DELLA DOMANDA.

2 LA DOMANDA E L'OFFERTA DI UN CERTO BENE SONO ESPRESSE DALLE SEGUENTI FUNZIONI

$$X_d = 300-10p \qquad E \qquad X_s = -20+6p$$

a) IN UN MERCATO IN REGIME DI CONCORRENZA PERFETTA DETERMINARE IL PREZZO DI EQUILIBRIO E L'ELASTICITÀ DELLA DOMANDA E DELL'OFFERTA NEL PUNTO DI EQUILIBRIO.

b) DOPO UN CERTO PERIODO DI TEMPO, SEMPRE PER LO STESSO BENE LE LEGGI DELLA DOMANDA E DELLA OFFERTA TRASLANO RISPETTO ALLE PRECEDENTI E DIVENTANO

$$X_d = 380 - 10p \qquad \text{E} \qquad X_s = -100 + 6p$$

DETERMINARE IL NUOVO PREZZO DI EQUILIBRIO E LA QUANTITÀ DI EQUILIBRIO NELLA NUOVA SITUAZIONE.

c) RAPPRESENTARE GRAFICAMENTE LE DUE SITUAZIONI DI EQUILIBRIO.

---

a) IL MODELLO DI EQUILIBRIO È DATO DAL SISTEMA

$$\begin{cases} X_d = 300 - 10p & \text{DEFINITA PER } 0 < p \leq 30 \\ X_s = -20 + 6p & \text{DEFINITA PER } p > \frac{10}{3} \\ 300 - 10p = -20 + 6p \end{cases}$$

DETERMINIAMO IL PREZZO DI EQUILIBRIO

$$6p + 10p = 300 + 20$$
$$16p = 320$$
$$p = \frac{320}{16} \Rightarrow \boxed{\bar{p} = 20}$$

DETERMINIAMO LE ELASTICITÀ PUNTUALI

$$|\varepsilon_d| = \left|\frac{p}{X_d} \cdot X'_d\right| = \left|\frac{p}{300 - 10p} \cdot (-10)\right| =$$

$$= \frac{10p}{300 - 10p}$$

$$|\mathcal{E}_s| = \left|\frac{p}{X_s} \cdot X_s'\right| = \left|\frac{p}{-20+6p} \cdot (6)\right| =$$

$$= \frac{6p}{-20+6p}$$

E LE CALCOLIAMO NEL PREZZO DI EQUILIBRIO $\bar{p}=20$

$$|\mathcal{E}_d| = \frac{10p}{300-10p} = \frac{10 \cdot 20}{300-10 \cdot 20} = \frac{\cancel{200}}{\cancel{100}} = \boxed{2}$$

$$|\mathcal{E}_s| = \frac{6p}{-20+6p} = \frac{6 \cdot 20}{-20+6 \cdot 20} = \frac{\cancel{120}^{6}}{\cancel{100}_{5}} = \frac{6}{5} = \boxed{1,2}$$

QUINDI NEL PUNTO DI EQUILIBRIO SIA LA DOMANDA CHE L'OFFERTA SONO ELASTICHE.

b) IL SISTEMA CHE RAPPRESENTA IL NUOVO MODELLO DI EQUILIBRIO $\bar{E}$

$$\begin{cases} X_d = 380 - 10p & \text{CON } 0 < p \leq 38 \\ X_s = -100 + 6p & \text{CON } p > \frac{50}{3} \\ 380 - 10p = -100 + 6p \end{cases}$$

IL NUOVO PREZZO DI EQUILIBRIO $\bar{E}$

$$6p + 10p = 380 + 100$$

$$16p = 480$$

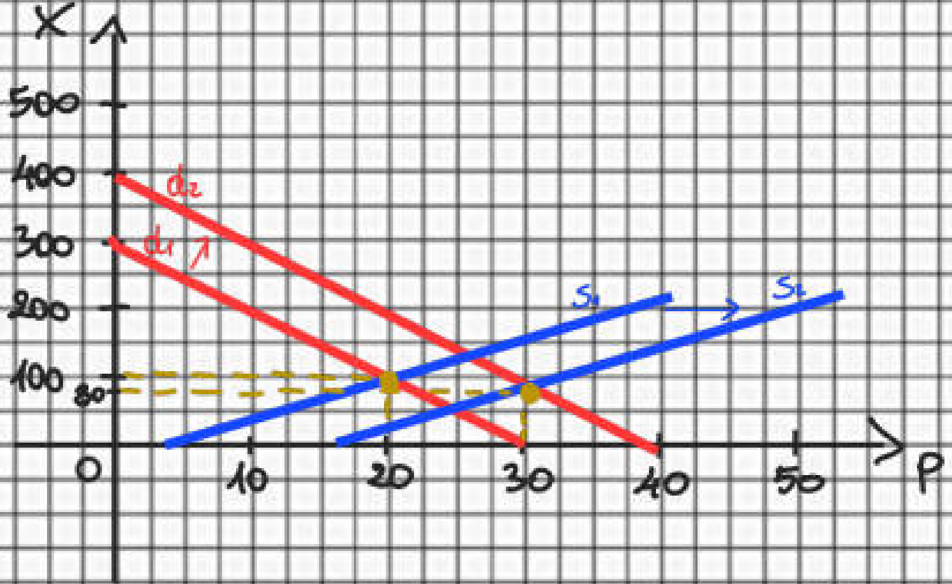
$$p = \frac{480}{16} \Rightarrow \boxed{\bar{p} = 30}$$

E LA QUANTITÀ DI EQUILIBRIO $\bar{E}$

$$X_d = 380 - 10p = 380 - 10 \cdot 30 = 380 - 300 = 80$$

$$\boxed{X_d = 80 = X_s}$$

C) RAPPRESENTIAMO LE 2 SITUAZIONI GRAFICAMENTE



I PUNTI DI EQUILIBRIO SONO $P_1(20;100)$ E $P_2(30;80)$