

EQUAZIONI DI 1° GRADO

EQUAZIONI DI 1° GRADO AD UNA INCOGNITA

①

PER RISOLVERE UNA EQUAZIONE DI 1° GRADO AD UNA INCOGNITA SI FRUTTANO IL PRIMO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA E/O IL SECONDO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA PER RIDURLA IN FORMA NORMALE NELLO SVOLGIMENTO BISOGNA RISPETTARE IL SEGUENTE ORDINE:

i) SI SVOLGONO I CALCOLI PRIMA NELLE PARENTESI TORDE, POI NELLE QUADRE ED INFINE NELLE GRAFFE;

ii) SI SVOLGONO PRIMA LE OPERAZIONI DI MOLTIPLICAZIONE E/O DIVISIONE E POI QUELLE DI SOMMA E/O SOTTRAZIONE;

TROVATA LA SOLUZIONE LA SI VERIFICA SOSTITUENDOLA NELL'EQUAZIONE.

ESEMPI:

1) $5x - 3 = 2(x - 1) + 5$

$$5x - 3 = 2x - 2 + 5$$

$$5x - 2x = +3 - 2 + 5$$

$$3x = 6$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

$$x = 2$$

VERIFICA:

$$5 \cdot (2) - 3 = 2 \cdot (2 - 1) + 5$$

$$10 - 3 = 2 + 5$$

$$7 = 7$$

1 SI TOGLIE LA PARENTESI TORDE SVOLGENDO LA MOLTIPLICAZIONE

2 REGOLA DEL TRASPORTO (1° PRINCIPIO DI EQUIVALENZA). TUTTE LE INCOGNITE (X) A SINISTRA E TUTTI I NUMERI A DESTRA DELL'UGUAGLIANZA.

3 SOMMA DI MONOMI SIMILI AL 1° MEMBRO

4 DIVIDIAMO ENTRAMBI I MEMBRI PER 3 (2° PRINCIPIO DI EQUIVALENZA)

SI SEMPLIFICA

SOLUZIONE

VERA

EQUAZIONI DI 1° GRADO

$$2) \quad 5x + 2(x+1) - 3x = 4x - 3 + x$$

$$5x + 2x + 2 - 3x = 4x - 3 + x$$

$$5x + 2x - 3x - 4x - x = -2 - 3$$

$$-x = -5$$

$$x = 5$$

VERIFICA:

$$5 \cdot 5 + 2(5+1) - 3 \cdot 5 = 4 \cdot 5 - 3 + 5$$

$$25 + 12 - 15 = 20 - 3 + 5$$

$$22 = 22$$

VERA

$$3) \quad 2x + 5(x-6) = x + 6(x+1)$$

$$2x + 5x - 30 = x + 6x + 6$$

$$2x + 5x - x - 6x = 30 + 6$$

$$0 = 36$$

IMPOSSIBILE

$$4) \quad 3(2x+1) = 3 + 6x$$

$$6x + 3 = 3 + 6x$$

$$0 = 0$$

INDETERMINATA

$$5) \quad x - \frac{x+3}{2} - 3 = \frac{1-x}{3} + 1$$

$$\frac{6x - 3(x+3) - 18}{6} = \frac{2(1-x) + 6}{6}$$

$$6x - 3x - 9 - 18 = 2 - 2x + 6$$

$$6x - 3x + 2x = 9 + 18 + 2 + 6$$

$$5x = 35 \Rightarrow \frac{5x}{5} = \frac{35}{5} \Rightarrow x = 7$$

EQUAZIONI DI 1° GRADO

VERIFICA:

$$7 - \frac{7+3}{2} - 3 = \frac{1-7}{3} + 1$$

$$7 - 5 - 3 = -2 + 1$$

$$-1 = -1$$

VERA

EQUAZIONI DI 1° GRADO AD UNA INCOGNITA FRAZIE

IN QUESTO CASO, VISTO CHE L'INCOGNITA COMPARE AL DENOMINATORE DI QUALCHE FRAZIONE, SI PROCEDE PER PRIMA COSA NEL DETERMINARE LE **CONDIZIONI DI ESISTENZA**, CIOÈ QUEI VALORI DELL'INCOGNITA CHE RENDONO UGUALE A 0 (ZERO) L'EVENTUALE DENOMINATORE CHE LA CONTIENE, ESCLUDENDOLI DI CONSEGUENZA DALLA O DALLE SOLUZIONI, PERCHÈ COME SAPPIAMO IL DENOMINATORE DI UNA FRAZIONE NON PUÒ ESSERE MAI UGUALE A 0 (ZERO). FATTO QUESTO SI PROCEDE A LIBERARE L'EQUAZIONE DAL O DAI DENOMINATORI, MOLTIPLICANDO ENTRAMBI I MEMBRI PER IL m.c.m. DI TUTTI I DENOMINATORI PRESENTI (**2° PRINCIPIO DI EQUIVALENZA DELLE EQUAZIONI**) - INFINE SI SVOLGONO I DOVUTI CALCOLI PER RIDURRE L'EQUAZIONE IN **FORMA NORMALE** E POTERLA COSÌ RISOLVERE -
VEDIAMO ALCUNI ESEMPI

EQUAZIONI DI 1° GRADO

$$1 \quad 4 - \frac{5}{x} = 0$$

A) CONDIZIONI DI ESISTENZA C.E. $x \neq 0$

B) m.c.m. x

C) MOLTIPLICHIAMO ENTRAMBI I MEMBRI PER IL m.c.m.

$$x \left(4 - \frac{5}{x} \right) = x(0)$$

COSÌ

$$4x - 5 = 0$$

QUINDI

$$4x = 5$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow x = \frac{5}{4}$$

VERIFICA

$$4 - \frac{5}{\frac{5}{4}} = 0 \Rightarrow 4 - \cancel{5} \cdot \frac{4}{\cancel{5}} = 0 \Rightarrow 4 - 4 = 0 \text{ VERA}$$

$$2 \quad \frac{1}{x-3} = -\frac{2}{x+5}$$

C.E. $x-3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3$
 $x+5 \neq 0 \Rightarrow x \neq -5$

QUINDI

$$\cancel{(x-3)} \cancel{(x+5)} \cdot \frac{1}{\cancel{x-3}} = \cancel{(x-3)} \cancel{(x+5)} \left(-\frac{2}{\cancel{x+5}} \right)$$

$$x+5 = (x-3) \cdot (-2)$$

$$x+5 = -2x+6$$

$$x+2x = 6-5$$

$$3x = 1 \Rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

VERIFICA

$$\frac{1}{\frac{1}{3}-3} = -\frac{2}{\frac{1}{3}+5} \Rightarrow \frac{1}{-\frac{8}{3}} = -\frac{2}{\frac{16}{3}} \Rightarrow 1 \cdot \left(-\frac{3}{8} \right) = -\frac{2 \cdot 3}{16}$$
$$\Rightarrow -\frac{3}{8} = -\frac{6}{8} \text{ VERA}$$

EQUAZIONI DI 1° GRADO

EQUAZIONI DI 1° GRADO AD UNA INCOGNITA PARAMETRICHE
OLTRE ALLE INCOGNITE COMPaiono ALTRE LETTERE CHE
NELLA RISOLUZIONE SI POSSONO CONSIDERARE COSTANTI, MA
PER LE QUALI VA FATTA UNA DISCUSSIONE.

EQUAZIONE PARAMETRICA DI 1° GRADO CON 1 PARAMETRO
CONSIDERIAMO L'EQUAZIONE

$$ax = 1$$

ED OSSERVIAMO CHE SE IL PARAMETRO "a" È UGUALE
A 0, L'EQUAZIONE È IMPOSSIBILE, PERCHÉ:

$$a=0 \Rightarrow 0 \cdot x = 1 \Rightarrow 0 = 1 \quad \text{IMPOSSIBILE}$$

SE INVECE:

$$a \neq 0 \Rightarrow ax = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{a} \quad \text{SOLUZIONE}$$

QUINDI LA DISCUSSIONE CI PORTA A DIRE CHE:

$$ax = 1 \text{ SE } \begin{cases} a=0 & \text{IMPOSSIBILE} \\ a \neq 0 & \text{DETERMINATA: } x = \frac{1}{a} \text{ SOLUZIONE} \end{cases}$$

Perché annulla il coefficiente della X!

ESEMPIO:

$$\frac{x-a}{x} = a$$

$$\text{SE } a=0 \Rightarrow \frac{x-0}{x} = 0 \Rightarrow \frac{x}{x} = 0 \Rightarrow 1 = 0 \quad \text{IMPOSSIBILE}$$

SE $a \neq 0$

$$\frac{x-a}{x} = \frac{ax}{x} \Rightarrow x-a = ax \Rightarrow x-ax = a \Rightarrow x(1-a) = a$$

$$x = \frac{a}{1-a} \text{ SE } \begin{cases} a=1 \Rightarrow \text{IMPOSSIBILE} \\ a \neq 1 \Rightarrow \text{DETERMINATA E } x = \frac{a}{1-a} \text{ SOLUZIONE} \end{cases}$$

Perché annulla un denominatore!

VERIFICA con $a \neq 0$ e $a \neq 1$ *Altrimenti è impossibile!*

$$\frac{\frac{a}{1-a} - a}{\frac{a}{1-a}} = a \Rightarrow \left(\frac{a}{1-a} - a \right) \cdot \frac{1-a}{a} = a \Rightarrow 1 - (1-a) = a \Rightarrow a = a$$

VERA

EQUAZIONI DI 1° GRADO

ii) EQUAZIONE PARAMETRICA DI 1° GRADO CON 2 PARAMETRI

CONSIDERIAMO L'EQUAZIONE

$$ax = b$$

SE $a=0 \Rightarrow 0 \cdot x = b \Rightarrow 0 = b$ SE $\begin{cases} b=0 & \text{INDETERMINATA} \\ b \neq 0 & \text{IMPOSSIBILE} \end{cases}$

SE $a \neq 0 \Rightarrow x = \frac{b}{a}$ Soluzione per qualsiasi valore di "b"!

QUINDI:

$a=0$ e $b=0$ INDETERMINATA

$a=0$ e $b \neq 0$ IMPOSSIBILE

$a \neq 0$ DETERMINATA E $x = \frac{b}{a}$ SOLUZIONE

ESEMPPIO:

$$\frac{a+b+(x+3)^2}{x^2+8} - 1 = \frac{ab}{ab(x^2+8)}$$

SE $a=0$ e $b=0$:

$$\frac{0+0+(x+3)^2}{x^2+8} - 1 = \frac{0 \cdot 0}{0 \cdot 0 \cdot (x^2+8)}$$

IMPOSSIBILE PERCHÉ
IL DENOMINATORE DI UNA
FRAZIONE NON SI ANNULLA MAI

SE $a \neq 0$ e $b \neq 0$

$$\frac{a^2b + ab^2 + ab(x+3)^2}{ab(x^2+8)} - \frac{ab(x^2+8)}{ab(x^2+8)} = \frac{ab}{ab(x^2+8)}$$

$$a^2b + ab^2 + abx + 6abx + 9ab - abx^2 - 8ab = ab$$
$$6abx = -a^2b - ab^2 - 9ab + 8ab + ab$$

$$6x = \frac{-a^2b - ab^2}{ab} = -a - b = -(a+b)$$

$$x = -\frac{a+b}{6}$$

SOLUZIONE

LA VERIFICA LA LASCIO AL LETTORE -

EQUAZIONI DI 1° GRADO

ESERCIZI DI RIEPILOGO

$$1) 5 - [-(x-1) - 5(2x-1)] = 2 + x + (2x-3)$$

$$5 - [-x + 1 - 10x + 5] = 2 + x + 2x - 3$$

$$5 - [-11x + 6] = 3x - 1$$

$$5 + 11x - 6 = 3x - 1$$

$$11x - 3x = -5 + 6 - 1$$

$$8x = 0$$

$$x = 0$$

VERIFICA:

$$5 - [-(0-1) - 5(2 \cdot 0 - 1)] = 2 + 0 + (2 \cdot 0 - 3)$$

$$5 - [6] = 2 - 3$$

$$-1 = -1 \quad \text{VERA}$$

$$2) \frac{x}{60} + \frac{2}{15}(3x-1) + \frac{2x-1}{10} = \frac{3x+1}{3} - 9$$

$$\frac{x + 8(3x-1) + 6(2x-1)}{60} = \frac{20(3x+1) - 9 \cdot 60}{60}$$

$$x + 24x - 8 + 12x - 6 = 60x + 20 - 540$$

$$x + 24x + 12x - 60x = 8 + 6 + 20 - 540$$

$$-23x = -506$$

$$23x = 506$$

$$x = \frac{506}{23} = 22$$

VERIFICA:

$$\frac{22}{60} + \frac{2}{15}(3 \cdot 22 - 1) + \frac{2 \cdot 22 - 1}{10} = \frac{3 \cdot 22 + 1}{3} - 9$$

$$\frac{22}{60} + \frac{26}{3} + \frac{43}{10} = \frac{67}{3} - 9 \Rightarrow \frac{22 + 520 + 258}{60} = \frac{67 - 27}{3} \Rightarrow$$

$$\frac{800}{60} = \frac{40}{3} \quad \text{VERA}$$

EQUAZIONI DI 1° GRADO

$$3) \frac{x-2}{6} = \frac{x-2}{2} - \frac{x-2}{3}$$

$$\frac{x-2}{6} = \frac{3(x-2) - 2(x-2)}{6}$$

$$x-2 = 3x-6-2x+4$$

$$x-3x+2x = +2-6+4$$

$$0=0$$

INDETERMINATA

$$4) \frac{4x+1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{2x-1}{3}$$

$$\frac{4x+1+2}{6} = \frac{2(2x-1)}{6}$$

$$4x+3 = 4x-2$$

$$4x-4x = -3-2$$

$$0 = -5$$

IMPOSSIBILE

$$5) \frac{4(x-3)}{x+3} - 4 = \frac{3}{x-3}$$

CONDIZIONI DI ESISTENZA

$$x \neq -3 \text{ e } x \neq 3$$

Altrimenti il denominatore si annulla!

$$\frac{4(x-3)(x-3) - 4(x^2-9)}{x^2-9} = \frac{3(x+3)}{x^2-9}$$

DAL PRODOTTI NOTEVOLI
SOMMA PER DIFFERENZA
 $(x+3)(x-3) = x^2-9$

$$(4x-12)(x-3) - 4x^2 + 36 = 3x + 9$$

$$4x^2 - 12x - 12x + 36 - 4x^2 + 36 = 3x + 9$$

$$-24x - 3x = -72 + 9$$

$$-27x = -63$$

$$27x = 63 \Rightarrow x = \frac{63}{27} = \frac{7}{3}$$

VERIFICA:

$$\frac{4\left(\frac{7}{3}-3\right)}{\frac{7}{3}+3} - 4 = \frac{3}{\frac{7}{3}-3} \Rightarrow \frac{4\left(-\frac{2}{3}\right)}{\frac{16}{3}} - 4 = \frac{3}{-\frac{2}{3}}$$