Massima utilità di un consumatore (ESEMPI)

MASSIMA UTILITÁ DI UN CONSUMATORE CON IL VINCOLO DEL BILANCIO

UN PROBLEMA FONDAMENTALE IN ECONOMIA RIGUARDA LE SCELTE DI BENI E SERVIZI DEL CONSUMATORE.
CONSIDERIAMO L'IPOTESI DI SOLI DUE BENI CON QUANTITÁ X_1 E X_2 CHE FORMANO IL COSIDDETTO PANIERE DI CONSUMO (X_1, X_2).
PER PROCURARSI TALI BENI IL CONSUMATORE HA A DISPOSIZIONE UNA SOMMA DI DENARO B DETTA BILANCIO.
SE P_1 E P_2 SONO I PREZZI DEI DUE BENI IL VINCOLO DEL BILANCIO SARÁ L'ESPRESSIONE:

$$P_1X_1 + P_2X_2 = B$$

TRA TUTTE LE COPPIE (x_1, x_2) CHE SODDISFANO IL VINCOLO DI BILANCIO SI DEVE TROVARE LA PREFERITA DAL CONSUMATORE.
LE PREFERENZE DEL CONSUMATORE VENGONO ESPRESSE DALLA FUNZIONE DI UTILITÁ CHE HA TANTE VARIABILI QUANTI SONO I BENI CONSIDERATI ED È FUNZIONE DELLE QUANTITÁ DEI BENI, CIOÈ NELLA NOSTRA IPOTESI

$$U = f(X_1; X_2)$$

NELLA TEORIA ECONOMICA SI CONSIDERANO DIVERSE TIPOLOGIE DI FUNZIONI DI UTILITÁ CON LA CONDIZIONE CHE SIANO CONTINUE (E QUINDI DERIVABILI) E CHE PER LE DERIVATE PARZIALI PRIME E SECONDE SI ABBIA

$$\frac{\partial U}{\partial X_1} > 0 \quad E \quad \frac{\partial U}{\partial X_2} > 0$$

Massima utilità di un consumatore (ESEMPI)

COSÌ CHE IL PROBLEMA DI STABILIRE LA COPPIA (X_1, X_2) PREFERITA DAL CONSUMATORE (DETTA ANCHE PANIERE PREFERITO) CONSISTE NEL DETERMINARE IL MASSIMO DELLA FUNZIONE DI UTILITÀ CON IL VINCOLO DEL BILANCIO.

NELL'IPOTESI DI SOLI DUE BENI, IL MASSIMO VINCOLATO DELLA FUNZIONE IN DUE VARIABILI U LO POSSIAMO DETERMINARE MEDIANTE IL METODO DI SOSTITUZIONE OPPURE MEDIANTE IL METODO DELLE CURVE DI INDIFFERENZA O LINEE DI LIVELLO.

MASSIMA UTILITÀ VINCOLATA COL METODO DI SOSTITUZIONE

VEDIAMO UN ESEMPIO.

L'UTILITÀ ATTRIBUITA DA UN CONSUMATORE ALL'ACQUISTO DI DUE BENI È RAPPRESENTATA DALLA FUNZIONE

$$U = (X_1 + 2)(X_2 + 1)$$

CON UN PREZZO DEI BENI PARI A $P_1 = 2$, $P_2 = 3$ ED UNA SOMMA DISPONIBILE $B = 65$.

DETERMINIAMO LE QUANTITÀ CHE SI POSSONO ACQUISTARE MASSIMIZZANDO L'UTILITÀ TENUTO CONTO DEL VINCOLO DI BILANCIO

$$2X_1 + 3X_2 = 65$$

DALLA RELAZIONE DEL VINCOLO, ESSENDO LINEARE, ESPLICITIAMO UNA DELLE DUE VARIABILI E LA SOSTITUIAMO NELLA FUNZIONE

$$3X_2 = 65 - 2X_1 \Rightarrow X_2 = \frac{65}{3} - \frac{2}{3}X_1$$

Massima utilità di un consumatore (ESEMPI)

COSÌ

$$U=(x_1+2)\left(\frac{65}{3}-\frac{2}{3}x_1+1\right)$$

OTTENENDO COSÌ UN FUNZIONE IN UNA VARIABLE (x_1) CHE SVILUPPANDO I CALCOLI SARÀ:

$$U=(x_1+2)\left(\frac{68}{3}-\frac{2}{3}x_1\right)=\frac{68}{3}x_1-\frac{2}{3}x_1^2+\frac{136}{3}-\frac{4}{3}x_1$$

$$U=-\frac{2}{3}x_1^2+\frac{64}{3}x_1+\frac{136}{3}$$

CALCOLIAMO LA SUA DERIVATA PRIMA

$$U'=-\frac{4}{3}x_1+\frac{64}{3}$$

L'ANNULLIAMO

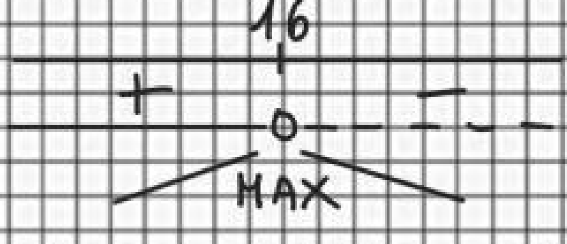
$$-\frac{4}{3}x_1+\frac{64}{3}=0$$

$$-4x_1+64=0$$

$$x_1=\frac{64}{4}=16$$

E NE STUDIAMO IL SEGNO

$$U'>0 \Rightarrow x_1<16 \Rightarrow$$



CIOÈ LA FUNZIONE U HA UN MASSIMO RELATIVO IN $x_1=16$, E DALL'ESPRESSIONE DEL VINCOLO

$$x_2=\frac{65}{3}-\frac{2}{3}\cdot 16=\frac{65}{3}-\frac{32}{3}=\frac{33}{3}=11$$

QUINDI L'UTILITÀ MASSIMA SI HA CON IL PANIERE PREFERITO

$$(16;11)$$

ED È DI

$$U=(16+2)(11+1)=18\cdot 12=216$$

ESEMPI

1 UN CONSUMATORE DISPONE DI € 120 PER L'ACQUISTO DI 2 BENI I CUI PREZZI SONO € 10 ED € 15.

LA FUNZIONE DI UTILITÀ È ESPRESSA DALLA RELAZIONE

$$U = 10\sqrt{x_1 x_2}$$

DETERMINARE IL PANIERE PERFETTO CHE MASSIMIZZA L'UTILITÀ.

SCRIVIAMO IL VINCOLO DEL BILANCIO

$$10x_1 + 15x_2 = 120$$

LO ESPLICITIAMO PER UNA DELLE DUE INCOGNITE (q_1)

$$x_1 = 12 - \frac{3}{2}x_2$$

TALE ESPRESSIONE LA SOSTITUIAMO NELLA FUNZIONE DI UTILITÀ

$$U = 10\sqrt{\left(12 - \frac{3}{2}x_2\right)x_2}$$

OTTENENDO UNA FUNZIONE NELLA SOLA INCOGNITA x_2

$$U = 10\sqrt{12x_2 - \frac{3}{2}x_2^2}$$

CALCOLIAMO LA DERIVATA DI U

$$U' = \cancel{10}^{\,5} \cdot \frac{12 - 3x_2}{\cancel{2}_{\,1}\sqrt{12x_2 - \frac{3}{2}x_2^2}} = \frac{60 - 15x_2}{\sqrt{12x_2 - \frac{3}{2}x_2^2}}$$

L'AZZERIAMO

$$U' = 0 \Rightarrow 60 - 15x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{60}{15} = 4$$

E NE STUDIAMO IL SEGNO

$$U' > 0 \Rightarrow \begin{array}{ll} N) & 60 - 15x_2 > 0 \\ D) & \sqrt{12x_2 - \frac{3}{2}x_2^2} > 0 \end{array}$$

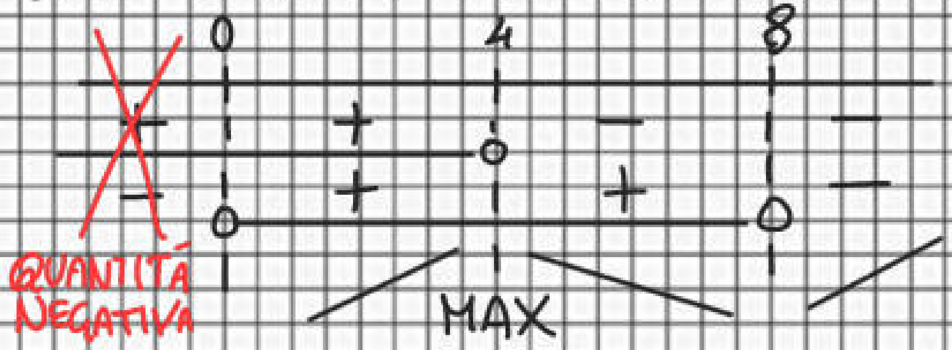
Massima utilità di un consumatore (ESEMPI)

N) $60-15x_2>0 \Rightarrow x_2<4$

D) $\sqrt{12x_2-\frac{3}{2}x_2^2}>0 \Rightarrow 12x_2-\frac{3}{2}x_2^2>0 \Rightarrow 3x_2\left(4-\frac{1}{2}x_2\right)=0$

$\Rightarrow x_2=0$ E $x_2=8 \Rightarrow 0<x_2<8$

CIOÉ



IN $x_2=4$ LA FUNZIONE DI UTILITÁ È MASSIMA, COSÌ

$$x_1=12-\frac{3}{2}\cdot 4=12-6=6$$

E QUINDI $x_1=6$ E $x_2=4$ CON UTILITÁ MASSIMA PARI A:

$$U=10\sqrt{6\cdot 4}=10\sqrt{6\cdot 2^2}=10\cdot 2\sqrt{6}=20\sqrt{6}$$

2 DETERMINARE LE QUANTITÁ DI BENI CHE MASSIMIZZANO L'UTILITÁ DI UN CONSUMATORE DATA DALLA RELAZIONE

$$U=2x_1x_2$$

CON UNA SOMMA MASSIMA DI 12 E PREZZI $P_1=2$ E $P_2=1$

$$2x_1+x_2=12 \Rightarrow x_2=12-2x_1$$

$U=2x_1(12-2x_1)=24x_1-4x_1^2$

$U'=0 \Rightarrow 24-8x_1=0 \Rightarrow x_1=3 \Rightarrow U'>0 \Rightarrow x<3$ E $x=3$ MAX

COSÌ $x_2=12-2\cdot 3=12-6=6$

QUINDI (3;6) PANIERE PERFETTO

E $U=2\cdot 3\cdot 6=36$ UTILITÁ MASSIMA