Ricavi e profitti (ESEMPI)

LA FUNZIONE DEL RICAVO E LA FUNZIONE DELL'UTILE NETTO (O PROFITTO) SONO DUE IMPORTANTI FUNZIONI NELLO STUDIO DELL'ECONOMIA.

SI DEFINISCE RICAVO TOTALE IL PRODOTTO DELLA QUANTITÀ DI BENE VENDUTA PER IL PREZZO DI VENDITA.

IN UN MERCATO CHE OPERA SECONDO UN MECCANISMO DI CONCORRENZA PERFETTA IL PREZZO DI VENDITA P È COSTANTE (PREZZO DI EQUILIBRIO TRA DOMANDA E OFFERTA) QUINDI IL RICAVO È DATO DA

$$R(x) = p \cdot x$$

MENTRE IL RAPPORTO TRA RICAVO TOTALE E QUANTITÀ DI BENE VENDUTA DEFINISCE IL RICAVO MEDIO O UNITARIO, CIOÈ

$$r_u : y = \frac{R(x)}{x} = p$$

SE POI LA FUNZIONE R(x) È DERIVABILE LA SUA DERIVATA DEFINISCE IL RICAVO MARGINALE, CIOÈ

$$r_m : y' = \frac{dR(x)}{dx} = p$$

OSSERVAZIONE:

COME SI PUÒ NOTARE IN UN MERCATO DI CONCORRENZA PERFETTA IL RICAVO MEDIO ED IL RICAVO MARGINALE CORRISPONDONO AL PREZZO P DI EQUILIBRIO TRA DOMANDA ED OFFERTA.

VICEVERSA IN UN MERCATO CHE OPERA SECONDO UN MECCANISMO DI MONOPOLIO, IL PREZZO SI RICAVA DALLA

FUNZIONE DI VENDITA (INVERSA DELLA FUNZIONE DELLA DOMANDA) ED È QUINDI FUNZIONE DELLA DOMANDA, COSÌ IL RICAVO TOTALE È

$$R(x)=p(x)\cdot x$$

MENTRE IL RICAVO MEDIO O UNITARIO È

$$r_u: y=\frac{R(x)}{x}=p(x)$$

ED IL RICAVO MARGINALE

$$r_m: y'=\frac{dR(x)}{dx}$$

ESEMPI

1 IN UN MERCATO DI LIBERA CONCORRENZA LA DOMANDA E L'OFFERTA SONO RAPPRESENTATE DALLE SEGUENTI FUNZIONI

$$X_d=100-2p \quad \text{E} \quad X_s=-20+p$$

DETERMINARE IL RICAVO TOTALE, IL RICAVO MEDIO O UNITARIO ED IL RICAVO MARGINALE.

RICAVIAMO IL PREZZO P DAL MODELLO DI EQUILIBRIO

$$\begin{cases} X_d=100-2p \\ X_s=-20+p \\ X_d=X_s \end{cases} \longrightarrow \begin{array}{l} 100-2p=-20+p \\ 3p=120 \Rightarrow p=\frac{120}{3}=40 \end{array}$$

COSÌ $\boxed{R(x)=40x}$

E $\boxed{r_u: y=\frac{40\cancel{x}}{\cancel{x}}=40}$ $\boxed{r_m: y=R'(x)=40}$

Ricavi e profitti (ESEMPI)

2 IN UN MERCATO DI MONOPOLIO LA DOMANDA DI UN BENE È RAPPRESENTATA DALLA FUNZIONE

$$X = 50 - 0{,}5p$$

DETERMINARE IL RICAVO TOTALE, IL RICAVO MEDIO O UNITARIO, IL RICAVO MARGINALE E PER QUALE QUANTITÀ IL RICAVO È MASSIMO.

DALLA FUNZIONE DELLA DOMANDA RICAVIAMO LA FUNZIONE DI VENDITA, CIOÈ

$$p = \frac{50}{0{,}5} - \frac{X}{0{,}5} = 100 - 2X$$

COSÌ

$$R(x) = p(x) \cdot x \Rightarrow R(x) = (100 - 2x) \cdot x$$

CIOÈ

$$\boxed{R(x) = 100x - 2x^2}$$

MENTRE POI

$$r_u: y = \frac{R(x)}{x}$$

ALLORA

$$\boxed{r_u: y = 100 - 2x}$$

ED ANCORA

$$r_m: y = R'(x)$$

CIOÈ

$$\boxed{r_m: y = 100 - 4x}$$

POICHÉ IL RICAVO TOTALE È DI 2° GRADO, CIOÈ UNA PARABOLA CON CONCAVITÀ VERSO IL BASSO $(-2x^2)$, ALLORA IL SUO MASSIMO SI HA NEL SUO VERTICE, CIOÈ

$$V\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right) \Rightarrow V\left(\frac{-100}{-4}; \frac{-10000}{-8}\right) \Rightarrow V(25; 1250)$$

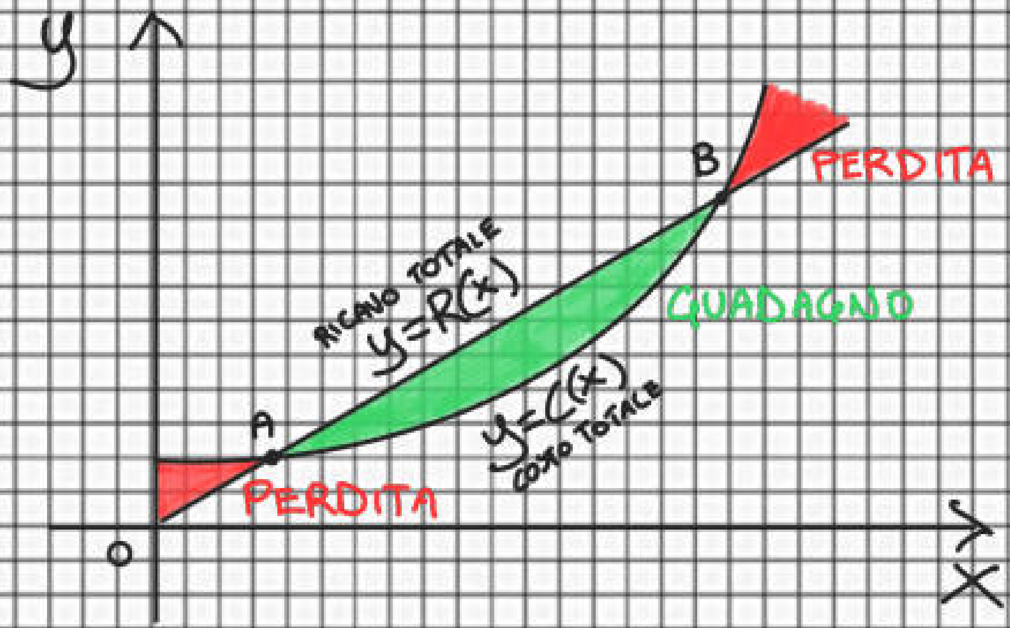
QUINDI PER LA QUANTITÀ $\boxed{X=25}$ SI HA UN RICAVO MASSIMO DI 1250.

UTILE NETTO O PROFITTO

SI DEFINISCE UTILE NETTO O PROFITTO LA DIFFERENZA TRA RICAVO TOTALE E COSTO TOTALE, CIOÉ:

$$\Pi(x) = R(x) - C(x)$$

IN ECONOMIA PER CONFRONTARE UTILI E RICAVI SI FÁ RIFERIMENTO AL DIAGRAMMA DI REDDITIVITÁ CHE IN CASO DI MERCATO DI CONCORRENZA PERFETTA RIPORTANDO SUL PIANO CARTESIANO LA FUNZIONE DEL RICAVO TOTALE E QUELLA DEL COSTO TOTALE, É



IN CUI SI EVIDENZIA UN UTILE POSITIVO (GUADAGNO) NELLA ZONA VERDE, CIOÉ DOVE IL COSTO TOTALE C(x) É INFERIORE AL RICAVO TOTALE R(x).

MENTRE PER I VALORI DI X DOVE IL COSTO TOTALE É SUPERIORE AL RICAVO TOTALE SI HA UNA PERDITA (ZONA ROSSA).

I PUNTI A E B DOVE IL RICAVO TOTALE É UGUALE AL COSTO TOTALE SONO DETTI APPUNTO PUNTI DI EQUILIBRIO ECONOMICO (BREAK-EVEN POINTS).

Ricavi e profitti (ESEMPI)

QUINDI L'OBIETTIVO È QUELLO DI DETERMINARE IL LIVELLO DI QUANTITÀ PRODOTTA X DI UN CERTO BENE, PER LA QUALE SI PUÒ REALIZZARE IL MASSIMO UTILE.

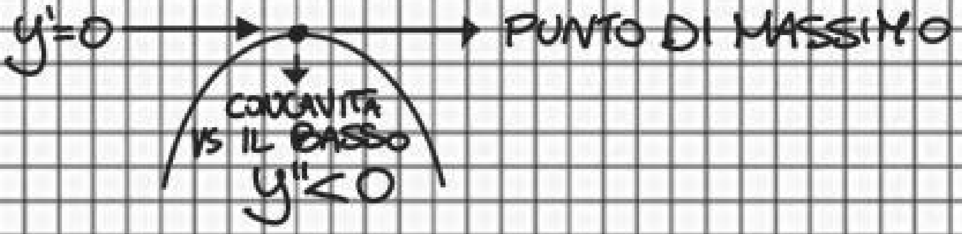
PER FARE CIÒ, COME SAPPIAMO SE LA FUNZIONE DELL'UTILE NETTO $\Pi(x)$ È DERIVABILE, LA CONDIZIONE È L'ANNULLAMENTO DELLA SUA DERIVATA PRIMA, CIOÈ

$$\Pi'(x) = R'(x) - C'(x) = 0$$

RICORDANDOCI POI CHE LA DERIVATA SECONDA DI UNA FUNZIONE MISURA LA CONCAVITÀ, ALLORA SE

$$\Pi''(x) = R''(x) - C''(x) < 0$$

LA CONCAVITÀ DELLA FUNZIONE UTILE NETTO SARÀ RIVOLTA VERSO IL BASSO E DI CONSEGUENZA IL VALORE DI X CHE ANNULLA LA DERIVATA PRIMA FORNIRÀ UN PUNTO DI MASSIMO PER LA FUNZIONE



IN UN MERCATO DI LIBERA CONCORRENZA IL PREZZO p È COSTANTE E L'UTILE NETTO È

$$\Pi(x) = px - C(x)$$

LA CONDIZIONE NECESSARIA AFFINCHÉ L'UTILE SIA MASSIMO È $\Pi'(x) = 0$, CIOÈ

$$\Pi'(x) = p - C'(x) = 0$$

DALLA QUALE $\boxed{p = C'(x)}$ ①

E CONSIDERANDO LA DERIVATA SECONDA DOVRÀ ESSERE $\Pi''(x) < 0$, CIOÈ

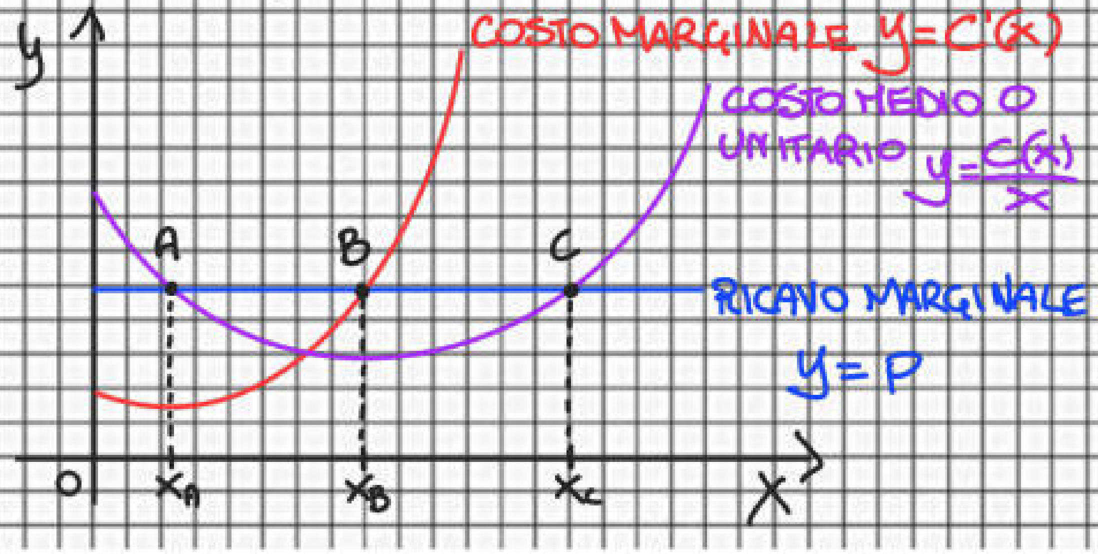
$$\Pi''(x) = -C''(x) < 0$$

DALLA QUALE

$$\boxed{C''(x) > 0} \quad ②$$

CIOÈ NEL PUNTO DI MASSIMO PROFITTO IL PREZZO DEVE ESSERE UGUALE AL COSTO MARGINALE ① E LA FUNZIONE DEL COSTO TOTALE DEVE AVERE LA CONCAVITÀ VERSO L'ALTO ②.

MA IN UN MERCATO DI CONCORRENZA PERFETTA IL RICAVO MARGINALE COINCIDE CON IL PREZZO P, ALLORA SI PUÒ DI CONSEGUENZA AFFERMARE CHE AD UNA IMPRESA CONVIENE ESPANDERE LA PRODUZIONE FINO A QUANDO IL COSTO MARGINALE NON SIA UGUALE AL RICAVO MARGINALE (CHE COINCIDE CON IL PREZZO P) COME SI PUÒ VEDERE DAL SEGUENTE GRAFICO:



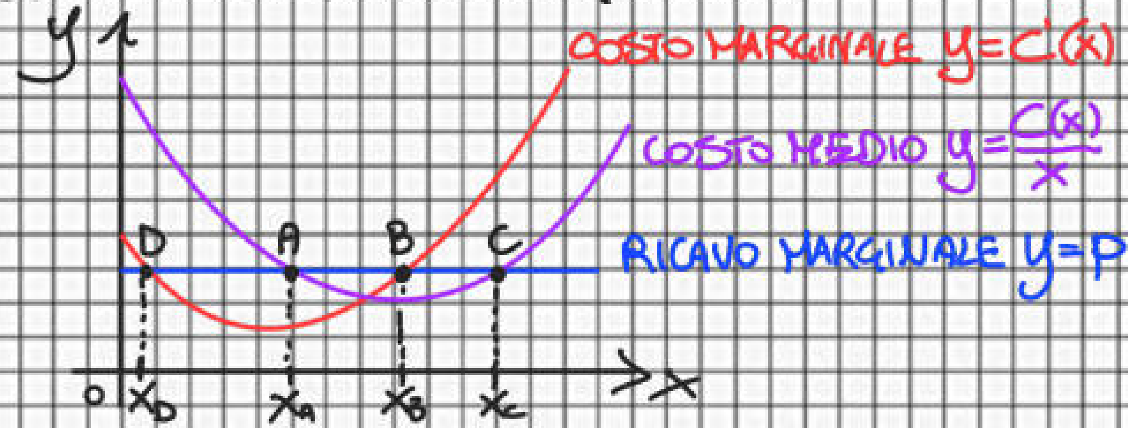
NEL QUALE IL VALORE X_B (ASCISSA DEL PUNTO B) RAPPRESENTA LA QUANTITÀ DI MASSIMO UTILE (PERCHÉ NEL PUNTO B $p = C'(x)$)_
MENTRE OSSERVANDO LA CURVA DEL COSTO MEDIO O UNITARIO È INTUITIVO CHE L'UTILE È NON NEGATIVO QUANDO IL COSTO MEDIO NON SUPERA IL PREZZO P, CIOÈ PER QUANTITÀ COMPRESE TRA X_A E X_C, ALTRIMENTI L'IMPRESA È IN PERDITA_
ANALITICAMENTE:

$$\Pi(x) = px - C(x) \geq 0$$ UTILE NON NEGATIVO

DALLA QUALE

$$\boxed{p \geq \frac{C(x)}{x}}$$

UN ALTRA SITUAZIONE CHE PUÒ PRESENTARSI PUÒ ESSERE RAPPRESENTATA DAL GRAFICO SEGUENTE:



DOVE IL COSTO MARGINALE INCONTRA IL PREZZO ANCHE IN NEL PUNTO D DOVE LA CURVA È DECRESCENTE E DOVE QUINDI PER LA SUA ASCISSA X_D UN UTILE MINIMO, MENTRE IN B SI HA SEMPRE IL MASSIMO PROFITTO_

ESERCIZI

1 PER UNA IMPRESA IL COSTO TOTALE MENSILE IN EURO PER PRODURRE UN CERTO BENE È RAPPRESENTATO DALLA SEGUENTE FUNZIONE:

$$C(x) = 5800 + 20x + 0{,}02x^2 \quad \text{CON } x > 0$$

OPERANDO IN UN MERCATO DI LIBERA CONCORRENZA IL PREZZO COSTANTE DI VENDITA È € 80.
DETERMINARE PER QUALI VALORI DI X L'UTILE È NON NEGATIVO E PER QUALE VALORE DI X È MASSIMO.
SAPPIAMO CHE IL PROFITTO O UTILE NETTO È:

$$\Pi(x) = R(x) - C(x)$$

CIOÈ $\Pi(x) = px - C(x) = 80x - 5800 - 20x - 0{,}02x^2$

DALLA QUALE $\Pi(x)$: $y = -0{,}02x^2 + 60x - 5800$

CHE È UNA PARABOLA CON CONCAVITÀ VERSO IL BASSO E CHE RAGGIUNGE IL MASSIMO NEL SUO VERTICE, CIOÈ

$$V\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right) \Rightarrow V\left(\frac{-60}{-0{,}04}; \frac{-3136}{-0{,}08}\right) \Rightarrow V(1500; 39200)$$

QUINDI SI HA UN UTILE MASSIMO PARI A $\boxed{€ 39200}$ PRODUCENDO E VENDENDO UNA QUANTITÀ $\boxed{x = 1500}$.
MENTRE SI HA UN UTILE NON NEGATIVO QUANDO

$$\Pi(x): y = -0{,}02x^2 + 60x - 5800 \geq 0$$

CIOÈ UNA DISEQUAZIONE DI SECONDO GRADO CHE HA PER

SOLUZIONI

$$\boxed{100 \leq X \leq 2'900}$$

OSSERVAZIONE:

GLI ESTREMI DELL'INTERVALLO, 100 E 2'900 SONO LE ASCISSE DEI PUNTI DI INTERSEZIONE TRA LA RETTA DEL PREZZO E LA CURVA DEL COSTO MEDIO O UNITARIO:

$$\begin{cases} y = 80 \\ y = \dfrac{0{,}02X^2 + 20X + 5800}{X} \end{cases}$$

2 PER PRODURRE UN CERTO BENE UN AZIENDA SOSTIENE UN COSTO TOTALE ESPRESSO DALLA RELAZIONE

$$C(X) = X^3 - 50X^2 + 1180X + 1352$$

MENTRE LA DOMANDA È RAPPRESENTATA MEDIANTE LA FUNZIONE

$$X = 500 - 0{,}5p$$

DETERMINARE:

a) LA QUANTITÀ $\bar{X}$ CHE CONSENTE IL MINIMO COSTO MEDIO E IL CORRISPONDENTE VALORE DEL MINIMO COSTO MEDIO.

b) LA QUANTITÀ $\bar{X}$ CHE CONSENTE IL MASSIMO UTILE, IL RELATIVO COSTO MEDIO DI PRODUZIONE ED IL RELATIVO PREZZO DI VENDITA.

a) DETERMINIAMO IL COSTO MEDIO O UNITARIO

$$y = \frac{C(X)}{X} = \frac{X^3 - 50X^2 + 1180X + 1352}{X}$$

Ricavi e profitti (ESEMPI)

CALCOLIAMONE LA DERIVATA PER DETETERMINARNE IL MINIMO

$$y' = \frac{(3x^2-100x+1180)\cdot x-(x^3-50x^2+1180x+1352)}{x^2}$$

$$y' = \frac{3x^3-100x^2+\cancel{1180x}-x^3+50x^2-\cancel{1180x}-1352}{x^2}$$

$$y' = \frac{2x^3-50x^2-1352}{x^2}$$

E TROVIAMO I VALORI DI X PER I QUALI $y'=0$, CIOÈ

$$x^3-25x^2-676=0$$

CHE È UNA EQUAZIONE DI 3° GRADO CHE POTREMMO RISOLVERE MEDIANTE LA FORMULA DI CARDANO, PROCEDIMENTO LUNGO E LABORIOSO.

PER QUESTO PROVIAMO A RISCRIVERE LA DERIVATA PRIMA DEL COSTO MEDIO NELLA FORMA:

$$y' = 2x-50-\frac{1352}{x^2}$$

E EGUAGLIANDOLA A ZERO SI OTTIENE

$$x-25-\frac{676}{x^2}=0 \Rightarrow x-25=\frac{676}{x^2}$$

EQUAZIONE CHE POSSIAMO PROVARE A RISOLVERE GRAFICAMENTE MEDIANTE UN QUALSIASI SOFTWARE (AD ESEMPIO DESMOS.COM ELABORATORE GRAFICO ON-LINE GRATUITO.) DISEGNANDO INSIEME

LA RETTA $y=x-25$ E LA FUNZIONE $y=\frac{676}{x^2}$

E VERIFICANDO CHE I DUE GRAFICI SI INCONTRANO

Ricavi e profitti (ESEMPI)

NEL PUNTO DI ASCISSA $X=26$, CHE QUINDI È IL VALORE REALE CHE ANNULLA LA DERIVATA PRIMA DEL COSTO MEDIO.
VERIFICANDO POI MEDIANTE LO STESSO SOFTWARE CHE LA FUNZIONE DERIVATA PRIMA DEL COSTO MEDIO DIVENTA POSITIVA (SOPRA L'ASSE X..) PER VALORI DI $X>26$ CON ANDAMENTO CRESCENTE, ALLORA IL PUNTO DI ASCISSA $X=26$ RAPPRESENTA UN MINIMO PER IL COSTO MEDIO.
SOSTITUENDO COSÌ $X=26$ NELLA FUNZIONE DEL COSTO MEDIO SI OTTERRÀ IL CORRISPONDENTE VALORE MINIMO DI COSTO MEDIO, CIOÈ

$$\boxed{X_{MIN}=26}$$

$$\boxed{Y_{MIN}=\frac{C(26)}{26}=\frac{26^3-50\cdot 26^2+1180\cdot 26+1352}{26}=608}$$

CIOÈ LA QUANTITÀ 26 CONSENTE IL MINIMO COSTO MEDIO PARI A 608.

b) IL RICAVO TOTALE IN CONDIZIONI DI CONCORRENZA PERFETTA È IL PREZZO COSTANTE PER LA QUANTITÀ X CIOÈ:

$$R(x)=px$$

COSÌ L'UTILE NETTO SARÀ

$$\Pi(x)=px-x^3+50x^2-1180x-1352$$

E RICAVANDO IL PREZZO DALLA FUNZIONE DELLA

DOMANDA

$$x = 500 - 0{,}5p \Rightarrow p = \frac{500-x}{\frac{1}{2}} = 2(500-x) = 1000-2x$$

SI OTTIENE

$$\Pi(x) = (1000-2x)x - x^3 + 50x^2 - 1180x - 1352 =$$
$$= 1000x - 2x^2 - x^3 + 50x^2 - 1180x - 1352$$
$$= -x^3 + 48x^2 - 180x - 1352$$

CALCOLIAMO LA DERIVATA PRIMA

$$\Pi'(x) = -3x^2 + 96x - 180$$

E DETERMINIAMO I VALORI PER I QUALI SI ANNULLA

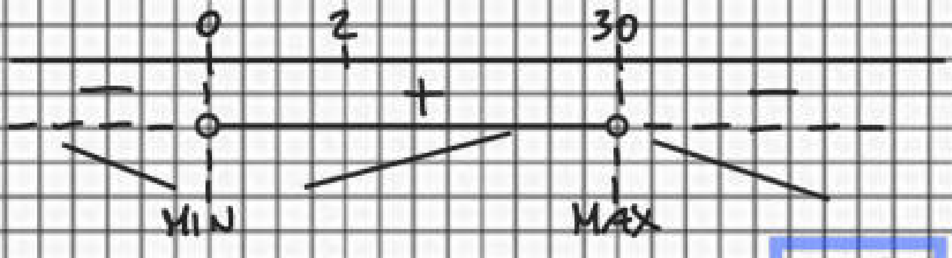
$$-3x^2 + 96x - 180 = 0 \qquad \Delta = (96)^2 - 12 \cdot 180 = 7056$$

COSÌ

$$x_{1,2} = \frac{-96 \pm \sqrt{7056}}{-6} = \frac{-96 \pm 84}{-6} = \begin{cases} \dfrac{-96-84}{-6} = \dfrac{-\cancel{180}}{-\cancel{6}} = 30 \\[2ex] \dfrac{-96+84}{-6} = \dfrac{-\cancel{12}}{-\cancel{6}} = 2 \end{cases}$$

E STUDIANDO IL SUO SEGNO

$$-3x^2 + 96x - 180 > 0 \Rightarrow 2 < x < 30$$



SI EVINCE CHE CON UNA PRODUZIONE DI $\boxed{x = 30}$ SI HA UN MASSIMO PROFITTO PARI A:

$$\Pi(x) = -30^3 + 48 \cdot 30^2 - 180 \cdot 30 - 1352 = \boxed{9448}$$

Ricavi e profitti (ESEMPI)

MENTRE PER TALE QUANTITÀ IL COSTO MEDIO SARÀ:

$$C(x) = \frac{30^3 - 50 \cdot 30^2 + 1180 \cdot 30 + 1352}{30} = \boxed{625,0\overline{6}}$$

CON UN PREZZO DI VENDITA

$$\boxed{p = 1000 - 2 \cdot 30 = 940}$$

3 PER PRODURRE UN DETERMINATO PRODOTTO UNA AZIENDA SOSTIENE SETTIMANALMENTE UN COSTO DI € 520 PER NOLEGGIO IMPIANTI ED UN COSTO DI € 10 PER OGNI KILOGRAMMO DI MERCE PRODOTTA.
LA CAPACITÀ PRODUTTIVA MASSIMA SETTIMANALE È 150 kg.
IL PREZZO DI VENDITA IN UN MERCATO DI CONCORRENZA PERFETTA È € 30 AL KILOGRAMMO.
DETERMINARE LE FUNZIONI DEL COSTO DI PRODUZIONE E DEL RICAVO, CALCOLARE PER QUALE QUANTITÀ I RICAVI EGUAGLIANO I COSTI E PER QUALE QUANTITÀ SI HA IL MASSIMO UTILE.

LA FUNZIONE DEL COSTO TOTALE È

$$C(x) = C_v(x) + C_f$$

CIOÈ

$$\boxed{y = 10x + 520 \quad \text{CON } 0 \leq x \leq 150}$$

LA FUNZIONE DEL RICAVO TOTALE È

$$R(x) = p \cdot x$$

CIOÈ

$$\boxed{y = 30x \quad \text{CON } 0 \leq x \leq 150}$$

Ricavi e profitti (ESEMPI)

MENTRE I COSTI EGUAGLIANO I RICAVI QUANDO

$$C(x)=R(x)$$

CIOÈ

$$10x+520=30x$$

COSÌ

$$20x=520 \Rightarrow \boxed{x=26}$$

E

$$C(26)=10\cdot 26+520=780$$

IL PUNTO

$$P(26;780)$$

È IL BREAK-EVEN POINT.

LA FUNZIONE DELL'UTILE NETTO È

$$\Pi(x)=R(x)-C(x)$$

CIOÈ

$$y=30x-10x-520=20x-520$$

ED ESSENDO UNA RETTA CRESCENTE IL MASSIMO UTILE SI HA NELLA CAPACITÀ PRODUTTIVA MASSIMA

$$\boxed{x=150}$$

CON UN UTILE MASSIMO DI EURO

$$y=20\cdot 150-520=\boxed{2480}$$

4 UN'IMPRESA SOSTIENE PER LA PRODUZIONE DI UN BENE UN COSTO MENSILE DI €11520 PER CANONI DI LOCAZIONE, E €60 PER OGNI UNITÀ DI BENE PRODOTTA ED UN COSTO DI LAVORAZIONE PARI AL 20% DEL QUADRATO DEL NUMERO DELLE UNITÀ PRODOTTE.

LA DOMANDA DEL BENE È ESPRESSA DALLA FUNZIONE

$$x=720-2{,}5p$$

DETERMINARE

a) LE FUNZIONI DEL COSTO MARGINALE E DEL COSTO UNITARIO E CALCOLARE PER QUALE QUANTITÀ IL COSTO UNITARIO È MINIMO_

b) LA FUNZIONE DEL RICAVO E CALCOLA PER QUALE QUANTITÀ IL RICAVO È MASSIMO_

c) LA FUNZIONE DELL'UTILE NETTO E PER QUALE QUANTITÀ L'UTILE È MASSIMO ED I LIMITI DI PRODUZIONE PER NON ESSERE IN PERDITA_

a) LA FUNZIONE DEL COSTO TOTALE È

$$y=0{,}2x^2+60x+11520$$

IL COSTO MARGINALE È

$$\boxed{y'=0{,}4x+60}$$

MENTRE IL COSTO MEDIO O UNITARIO È

$$y=\frac{0{,}2x^2+60x+11520}{x}$$

CIOÈ

$$\boxed{y=0{,}2x+60+\frac{11520}{x}}$$

IPERBOLE CON ASINTOTO OBLIQUO IN $y=0{,}2x+60$

LA CUI DERIVATA PRIMA È

$$y'=0{,}2-\frac{11520}{x^2}$$

ED EGUAGLIANDOLA A ZERO SI OTTIENE

$$0{,}2-\frac{11520}{x^2}=0 \Rightarrow x^2=\frac{11520}{0{,}2}=57600$$

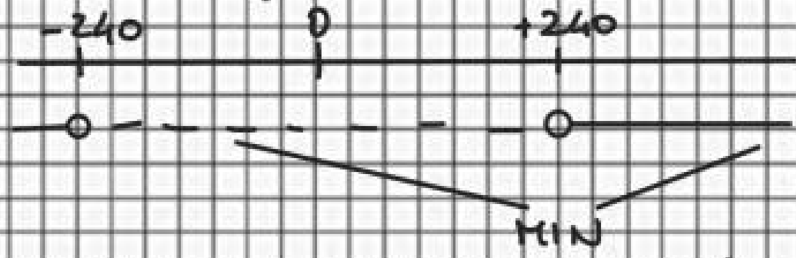
ED ESCLUDENDO VALORI NEGATIVI DI X (SENZA SIGNIFICATO ECONOMICO)

$$C_u'(x)=0 \Rightarrow x=\pm\sqrt{57600}=\left\langle \begin{array}{l}\cancel{-240}\\ +240\end{array}\right.$$

STUDIANDONE INVECE IL SEGNO SI OTTIENE

$C_u'(x)>0$

$(0{,}2x^2-11520>0) \Rightarrow$



QUINDI SI SOSTIENE UN COSTO UNITARIO MINIMO DI

$$C_u(240)=\frac{0{,}2\cdot 240^2+60\cdot 240+11520}{240}=\boxed{156\ \text{EURO}}$$

CON UNA QUANTITÀ DI PRODUZIONE PARI A $\boxed{x=240}$

b) DALLA FUNZIONE DELLA DOMANDA SI RICAVA IL PREZZO (O FUNZIONE DI VENDITA..):

$$x=720-2{,}5\,p \Rightarrow p=\frac{720-x}{2{,}5}=288-0{,}4x$$

E SCRIVIAMO LA FUNZIONE DEL RICAVO TOTALE CHE È

$$R(x)=p\cdot x \Rightarrow y=(288-0{,}4x)\cdot x=288x-0{,}4x^2$$

CALCOLIAMO LA DERIVATA PRIMA

$$y'=288-0{,}8x$$

E LA UGUAGLIAMO A ZERO

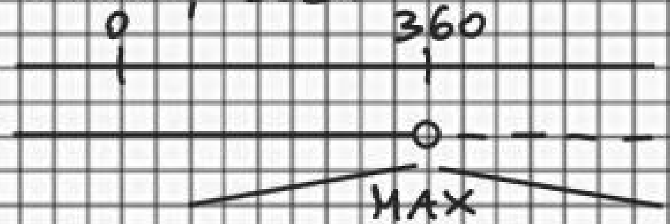
$$288-0{,}8x=0 \Rightarrow 288=0{,}8x \Rightarrow x=360$$

STUDIANDONE IL SEGNO OTTENIAMO

$$288-0{,}8x>0$$

Ricavi e profitti (ESEMPI)

CIOÈ $X < 360$, COSÌ



QUINDI SI HA UN RICAVO MASSIMO DI

$$R(360) = 288 \cdot 360 - 0{,}4 \cdot 360^2 = \boxed{5184\text{0 EURO}}$$

CON UNA QUANTITÀ DI PRODUZIONE PARI A $\boxed{X = 360}$

c) LA FUNZIONE DELL'UTILE NETTO È

$$\Pi(X) = R(X) - C(X) = 288X - 0{,}4X^2 - 0{,}2X^2 - 60X - 11'520$$

CIOÈ

$$\Pi(X) = -0{,}6X^2 + 228X - 11'520$$

CALCOLIAMO LA SUA DERIVATA PRIMA

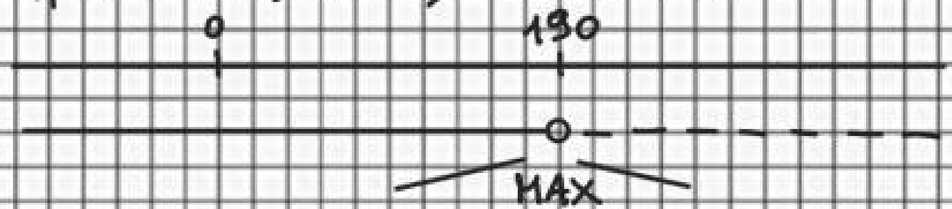
$$\Pi'(X) = -1{,}2X + 228$$

LA EGUAGLIAMO A ZERO

$$-1{,}2X + 228 = 0 \Rightarrow X = 190$$

E NE STUDIAMO IL SEGNO

$$-1{,}2X + 228 > 0 \Rightarrow X < 190$$



QUINDI SI HA UN UTILE NETTO MASSIMO PARI A

$$\Pi(190) = -0{,}6 \cdot 190^2 + 228 \cdot 190 - 11'520 = \boxed{10'140 \text{ EURO}}$$

CON UNA QUANTITÀ DI PRODUZIONE PARI A $\boxed{X = 190}$

INFINE PER TROVARE I LIMITI DI PRODUZIONE PER NON ESSERE IN PERDITA BASTA DETERMINARE I VALORI DI X

PER I QUALI L'UTILE NETTO NON È NEGATIVO, CIOÈ

$$\Pi(x) \geq 0$$

$$-0{,}6x^2 + 228x - 11520 \geq 0$$

QUINDI

$$\Delta = 228^2 - 2{,}4 \cdot 11520 = 24336$$

$$x_{1,2} = \frac{-228 \pm \sqrt{24336}}{-1{,}2} = \frac{-228 \pm 156}{-1{,}2} = \begin{cases} 320 \\ 60 \end{cases}$$

$$\boxed{60 \leq x \leq 320}$$

5 UN'AZIENDA SPECIALIZZATA NEL TRASPORTO DI PARTICOLARI MATERIALI CHIEDE UN PREZZO DI €75 A QUINTALE.

PER OGNI TRASPORTO AFFRONTA UNA SPESA FISSA MENSILE DI €2700 ED UN COSTO DI €45 PER OGNI QUINTALE DI MERCE DA TRASPORTARE ED HA UN MASSIMO DI 250 QUINTALI CHE PUÒ TRASPORTARE MENSILMENTE.

DETERMINARE LA MINIMA QUANTITÀ DA TRASPORTARE PER NON ESSERE IN PERDITA E PER QUALE QUANTITÀ IL GUADAGNO È MASSIMO.

DETERMINIAMO LA FUNZIONE DELL'UTILE NETTO

$$\Pi(x) = R(x) - C(x) = 75x - 45x - 2700 = 30x - 2700$$

DALLA QUALE

$$\Pi(x) \geq 0$$

CIOÈ

$$30x - 2700 \geq 0$$

$$x \geq 90$$

QUINDI LA QUANTITÀ MINIMA DA TRASPORTARE PER NON ESSERE IN PERDITA È

$$\boxed{X=90}$$

VISTO POI CHE LA FUNZIONE DELL'UTILE NETTO È UNA RETTA CRESCENTE IL SUO MASSIMO SI HA PROPRIO NEL LIMITE MASSIMO DELLA QUANTITÀ X, CIOÈ

$$\Pi(\boxed{250})=30\cdot 250-2700=\boxed{4800 \text{ EURO}}$$

6 LA FUNZIONE DELLA DOMANDA DI UN CERTO BENE È $X=600-2P$.

ESPRIMERE IL RICAVO REALIZZATO DA UN MONOPOLISTA SIA IN FUNZIONE DEL PREZZO CHE DELLA QUANTITÀ E CALCOLARE PER QUALE QUANTITÀ E A QUALE PREZZO IL RICAVO È MASSIMO.

CONSIDERANDO UN MERCATO IN REGIME DI MONOPOLIO LA FUNZIONE DEL RICAVO È

$$R(x)=pX \Rightarrow R(x)=p(600-2p)=\boxed{600p-2p^2}$$

IN FUNZIONE DEL PREZZO, MENTRE SE CONSIDERIAMO

$$X=600-2p \Rightarrow p=300-0{,}5X$$

SI HA IL RICAVO

$$R(x)=pX \Rightarrow R(x)=(300-0{,}5X)\cdot X=\boxed{300X-0{,}5X^2}$$

IN FUNZIONE DELLA QUANTITÀ.

CALCOLIAMO ALLORA IL MASSIMO PER ENTRAMBE LE RELAZIONI DEL RICAVO, PARTENDO DA QUELLA IN

FUNZIONE DEL PREZZO, CALCOLANDONE LA DERIVATA PRIMA:

$$R'(x) = -4p + 600$$

CHE EGUAGLIATA A ZERO

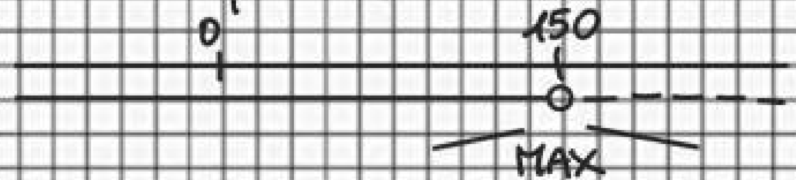
$$-4p + 600 = 0$$

$$p = 150$$

E STUDIANDONE IL SEGNO $-4p + 600 > 0$ SI HA

$$p < 150$$

COSÌ



CIOÈ SI HA UN RICAVO MASSIMO PER UN PREZZO

$$\boxed{p = 150 \text{ EURO}}$$

MENTRE CONSIDERANDO LA RELAZIONE IN FUNZIONE DELLA QUANTITÀ, CALCOLANDONE LA DERIVATA PRIMA:

$$R'(x) = -x + 300$$

CHE EGUAGLIATA A ZERO

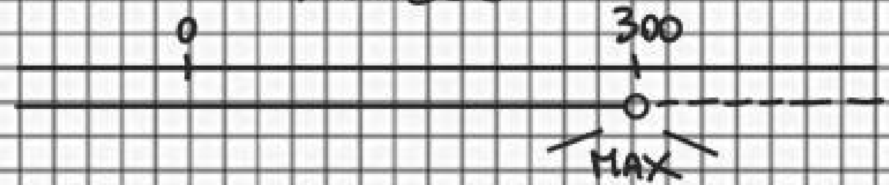
$$-x + 300 = 0$$

$$x = 300$$

E STUDIANDONE IL SEGNO $-x + 300 > 0$ SI OTTIENE

$$x < 300$$

COSÌ



CIOÈ SI HA UN RICAVO MASSIMO PER UNA QUANTITÀ

$$\boxed{x = 300}$$