

DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO AD UNA INCOGNITA

UNA DISEQUAZIONE DI 2° GRADO NON È ALTRO CHE UNA EQUAZIONE DI 2° GRADO NELLA QUALE ANZICHÉ COMPARIRE IL SIMBOLO DELL'UGUALE, COMPARE UNO DEI SIMBOLI DI DISEGUAGLIANZA:

>

MAGGIORE

≥

MAGGIORE
O UGUALE

<

MINORE

≤

MINORE
O UGUALE

CIOÈ INVECE DI UNA UGUAGLIANZA È UNA DISEGUAGLIANZA. UNA VOLTA RIDOTTA IN **FORMA NORMALE**, CIOÈ SVOLTE TUTTE LE OPERAZIONI CON L'ELIMINAZIONE DI EVENTUALI PARENTESI CON MOLTIPLICAZIONI E/O DIVISIONI, SPOSTAMENTI DI TERMINI DA DESTRA VERSO SINISTRA, ECCETERA..., È SCRITA QUINDI COME:

$$ax^2 + bx + c > 0$$

OPPURE

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

OPPURE

$$ax^2 + bx + c < 0$$

OPPURE

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

SI PROCEDE A RISOLVERE L'EQUAZIONE DI 2° GRADO AD ESSA ASSOCIATA, RISCRIVENDOLA CIOÈ CON IL SIMBOLO DELL'UGUALE, CIOÈ

$$ax^2 + bx + c = 0$$

DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO AD UNA INCOGNITA

A QUESTO PUNTO SAPPIAMO CHE A SECONDA DI COME SI PRESENTANO I COEFFICIENTI a , b , E c ABBIAMO:

EQUAZIONE PURA

$$b=0$$

$$ax^2+c=0$$

SOLUZIONI

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

CIOÈ

$$x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$x_2 = +\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

EQUAZIONE PURA

$$c=0$$

$$ax^2+bx=0$$

SOLUZIONI

$$x(ax+b)=0$$

CIOÈ

$$x_1=0$$

$$ax+b=0$$

$$x_2 = -\frac{b}{a}$$

EQUAZIONE COMPLETA

$$ax^2+bx+c=0$$

SOLUZIONI

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

A QUESTO PUNTO ANDIAMO A METTERE LE 2 SOLUZIONI TROVATE (x_1 E x_2) SULLA LINEA DEI NUMERI



QUINDI PER RISOLVERE LA DISEQUAZIONE DI 2° GRADO POSSIAMO SFRUTTARE IL SUO SIGNIFICATO GEOMETRICO, CIOÈ DAL CONCETTO DI PARABOLA NEL PIANO CARTESIANO, CONFRONTIAMO IL SEGNO DEL COEFFICIENTE a (POSITIVO O NEGATIVO) ED IL VERSO DELLA DISEQUAZIONE (MAGGIORE O MINORE) E NEL CASO SONO CONCORDI ALLORA SI CONSIDERANO COME SOLUZIONI GLI INTERVALLI ESTERNI, MENTRE NEL CASO SONO DISCORDI ALLORA

DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO AD UNA INCOGNITA

SI CONSIDERANO COME SOLUZIONI L'INTERVALLO INTERNO
CIOÈ:

SEGNO DI a	VERSO DISEQUAZIONE	CONFRONTO	SOLUZIONI x_1 x_2
$+$ POSITIVO	$>$ POSITIVITÀ	CONCORDI ESTERNI	
$+$ POSITIVO	$\geq$ POSITIVITÀ	CONCORDI ESTERNI (ESTREMI INCLUSI)	
$-$ NEGATIVO	$<$ NEGATIVITÀ	CONCORDI ESTERNI	
$-$ NEGATIVO	$\leq$ NEGATIVITÀ	CONCORDI ESTERNI (ESTREMI INCLUSI)	
$+$ POSITIVO	$<$ NEGATIVITÀ	DISCORDI INTERNO	
$+$ POSITIVO	$\leq$ NEGATIVITÀ	DISCORDI INTERNO (ESTREMI INCLUSI)	
$-$ NEGATIVO	$>$ POSITIVITÀ	DISCORDI INTERNO	
$-$ NEGATIVO	$\geq$ POSITIVITÀ	DISCORDI INTERNO (ESTREMI INCLUSI)	

VEDIAMO ALCUNI ESEMPI:

DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO AD UNA INCOGNITA

1) $x^2 > 0 \Rightarrow x^2 = 0$

RISOLVENDO L'EQUAZIONE SI HA OME SOLUZIONI

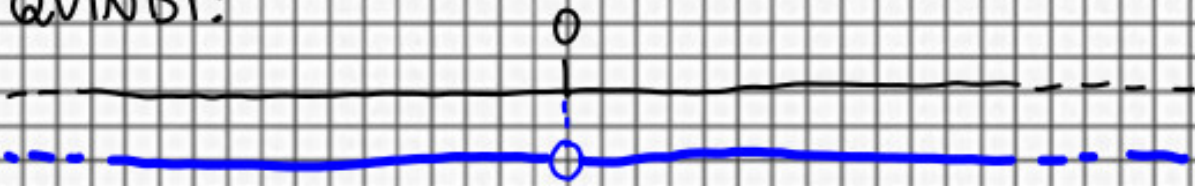
$$x_{1,2} = 0$$

$$a = 1 > 0 \quad +$$

VERSO $>$ POSITIVITÀ

CONCORDI

QUINDI:



CIOÈ

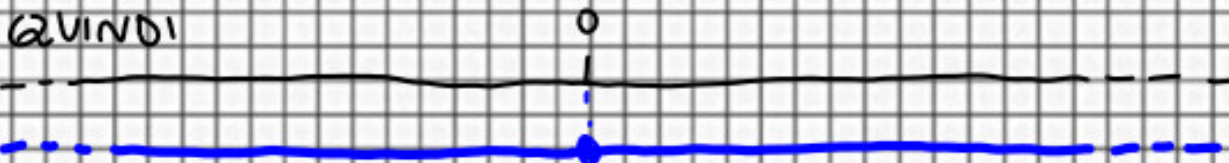
$$x \neq 0$$

2) $x^2 \geq 0 \quad x_{1,2} = 0$

$$a > 0 \quad +$$

VERSO $\geq$ POSITIVITÀ

QUINDI



CIOÈ

$$\forall x \in \mathbb{R}$$

3) $-5x^2 - 1 > 0 \Rightarrow -5x^2 - 1 = 0$

$$5x^2 = -1$$

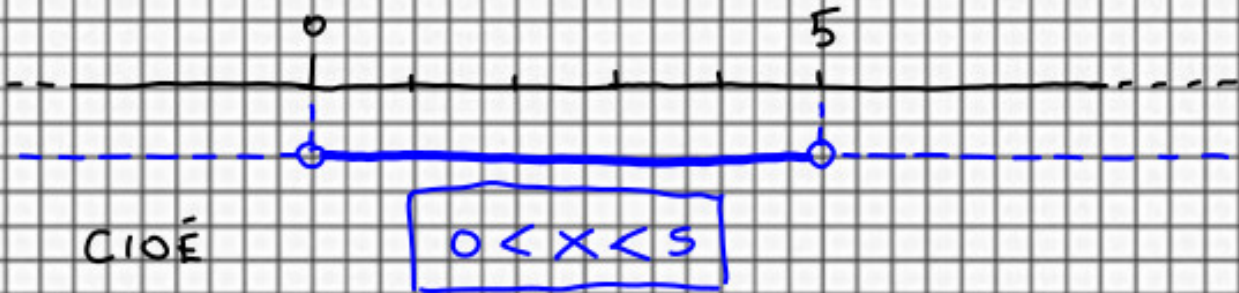
$$x^2 = -\frac{1}{5}$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{1}{5}}$$

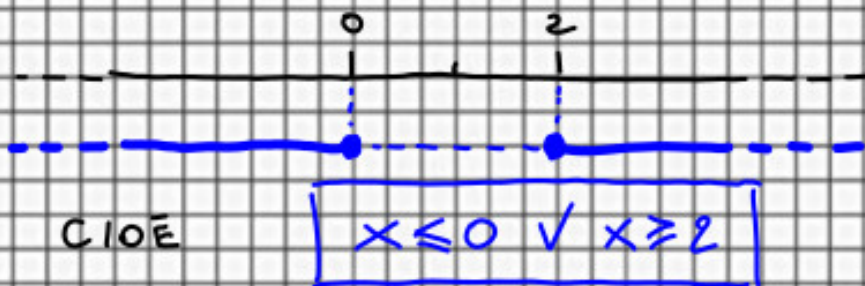
IMPOSSIBILE

DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO AD UNA INCOGNITA

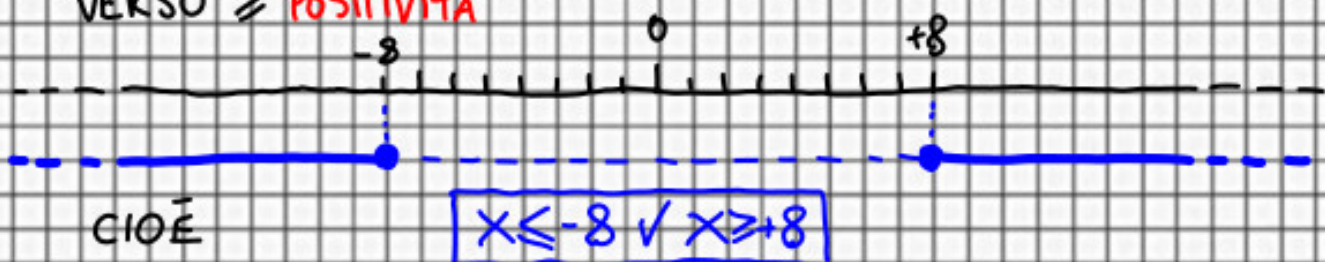
4] $x^2 - 5x < 0 \Rightarrow x^2 - 5x = 0$
 $a = 1 > 0$ +
 $x(x - 5) = 0$
 $x_1 = 0$
 $x - 5 = 0$
 $x_2 = 5$
VERSO < NEGATIVITÀ



5] $2x - x^2 \leq 0$
 $-x^2 + 2x \leq 0 \Rightarrow -x^2 + 2x = 0$
 $a = -1 < 0$ -
 $x(-x + 2) = 0$
 $x_1 = 0$
 $-x + 2 = 0$
 $x_2 = 2$
VERSO $\leq$ NEGATIVITÀ



6] $x^2 - 64 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 64 = 0$
 $a > 0$ +
 $x_{1,2} = \pm \sqrt{64} = \pm 8$
VERSO $\geq$ POSITIVITÀ



DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO AD UNA INCOGNITA

7] $5 - 2(x+1)^2 > 8x + 13$
 $5 - 2(x^2 + 2x + 1) > 8x + 13$
 $5 - 2x^2 - 4x - 2 > 8x + 13$
 $5 - 2x^2 - 4x - 2 - 8x - 13 > 0$
 $-2x^2 - 12x - 10 > 0 \Rightarrow -2x^2 - 4x - 10 = 0$

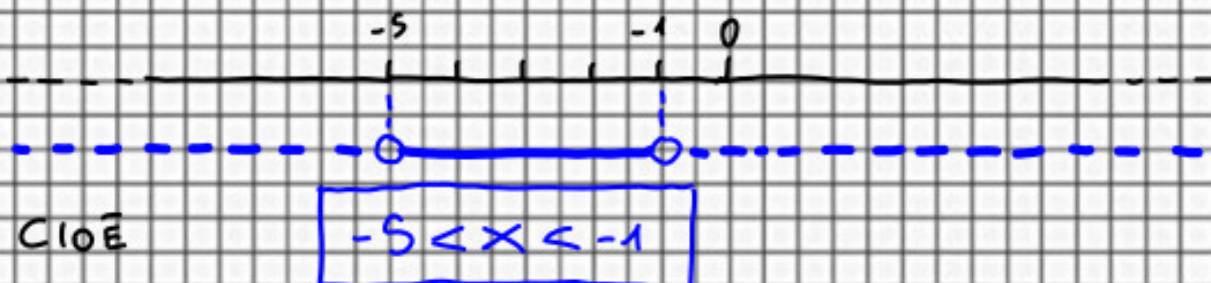
$a = -2 \quad b = -12 \quad c = -10$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4(-2)(-10) = 144 - 80 = 64$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-12) \pm \sqrt{64}}{2(-2)} = \frac{12 \pm 8}{-4}$

$x_{1,2} = \begin{cases} \frac{12-8}{-4} = \frac{4}{-4} = -1 \\ \frac{12+8}{-4} = \frac{20}{-4} = -5 \end{cases}$

$a = -2 < 0$ — VERSO $>$ POSITIVITÀ



8] $x^2 + 4x - 21 > 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 21 = 0$

$a = 1 \quad b = 4 \quad c = -21$

$\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(1)(-21) = 16 + 84 = 100$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{-4 \pm 10}{2} = \begin{cases} \frac{-4-10}{2} = -7 \\ \frac{-4+10}{2} = +3 \end{cases}$

$a > 0$ + VERSO $>$ POSITIVITÀ

