

I RADICALI

DEFINIZIONE DI RADICALE ARITMETICO:

SI DEFINISCE RADICALE ARITMETICO DI UN NUMERO "a", INDICANDOLO CON:

$$\sqrt[m]{a}$$

QUEL NUMERO "b" TALE CHE:

$$b^m = a$$

DOVE "a" e "b" SONO NUMERI REALI POSITIVI (>0)
ED m NUMERO INTERO STRETTAMENTE POSITIVO (>0)
QUINDI:

$$\sqrt[m]{a} = b \text{ SE E SOLO SE } b^m = a$$

DEFINIZIONE DI RADICALE ALGEBRICO:

SI DEFINISCE RADICALE ALGEBRICO DI UN NUMERO "a", INDICANDOLO CON:

$$\sqrt[m]{a}$$

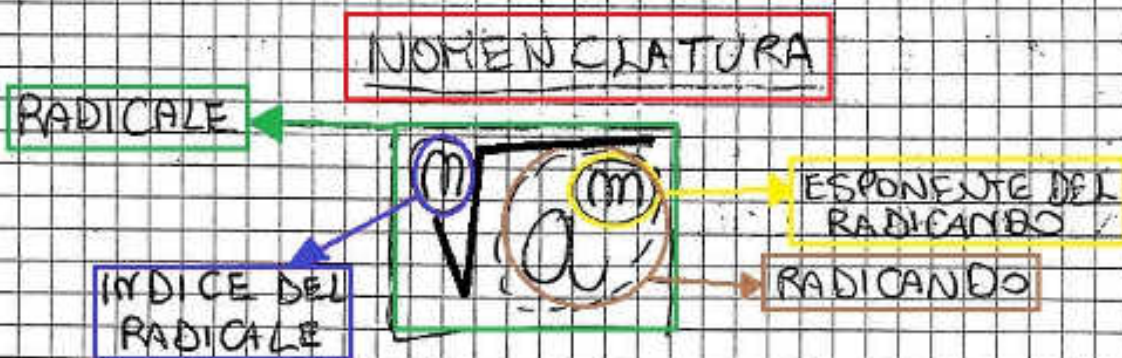
QUEL NUMERO "b" TALE CHE:

$$b^m = a$$

E DOVE QUESTA VOLTA "a" e "b" SONO NUMERI REALI QUALSIASI
ED m NUMERO INTERO STRETTAMENTE POSITIVO (>0)
E CIOE:

$$\sqrt[m]{a} = b \text{ SE E SOLO SE } b^m = a$$

I RADICALI



REGOLE BASILARI

IL RADICALE CON INDICE 2 SI CHIAMA "RADICE QUADRATA" ED IN ESSO SI OMETTE LA SCRITTURA DELL'INDICE:

$$\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$$

IL RADICALE CON INDICE 0 NON HA SIGNIFICATO PERCHÉ PER DEFINIZIONE L'INDICE È UN NUMERO INTERO STRETTAMENTE POSITIVO:

$$\sqrt[0]{a} \text{ NON HA SIGNIFICATO}$$

RADICALI E POTENZE

IL RADICALE DI UN NUMERO "a" È UGUALE AD UNA POTENZA CON ESPOLENTE FRAZIONARIO, NELLA QUALE LA BASE È IL NUMERO "a", IL NUMERATORE DELL'ESPOLENTE È L'ESPOLENTE DEL RADICANDO E IL DENOMINATORE DELL'ESPOLENTE È L'INDICE DEL RADICALE, CIO È:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \left(\text{VEDI POTENZE AD ESPOLENTE FRAZIONARIO} \right)$$

I RADICALI

DA QUESTO UN'ALTRA REGOLA BASILARE, LA QUALE CI DICE CHE, IL RADICALE CON INDICE 1 È UGUALE AL RADICANDO, CIOÈ

$$\sqrt[1]{a} = a$$

PERCHÉ:

$$\sqrt[1]{a} = \sqrt[1]{a^1} = a^{\frac{1}{1}} = a^1 = a$$

ESEMPI

$$\sqrt{0} = 0$$

$$a=0; b=0 \text{ e } m=2 \text{ QUINDI } 0^2=0$$

$$\sqrt[3]{0} = 0$$

$$a=0; b=0 \text{ e } m=3 \Rightarrow 0^3=0$$

$$\sqrt{1} = 1$$

$$a=1; b=1 \text{ e } m=2 \Rightarrow 1^2=1$$

$$\sqrt[5]{1} = 1$$

$$a=1; b=1 \text{ e } m=5 \Rightarrow 1^5=1$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$a=4; b=2 \text{ e } m=2 \Rightarrow 2^2=4$$

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

$$a=27; b=3 \text{ e } m=3 \Rightarrow 3^3=27$$

$$\sqrt[4]{16} = 2$$

$$a=16; b=2 \text{ e } m=4 \Rightarrow 2^4=16$$

$$\sqrt[4]{81} = 3$$

$$a=81; b=3 \text{ e } m=4 \Rightarrow 3^4=81$$

$$\sqrt{81} = 9$$

$$a=81; b=9 \text{ e } m=2 \Rightarrow 9^2=81$$

I RADICALI

OPERAZIONI

NOME	OPERAZIONE	ESEMPIO
SEMPLIFICAZIONE	$\sqrt[m \cdot n]{a^m} = \sqrt[n]{a}$ PERCHÉ: $\sqrt[m \cdot n]{a^m} = a^{\frac{m}{m \cdot n}} = a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$	$\sqrt[6]{4} = \sqrt[2 \cdot 3]{2^2} = \sqrt[3]{2}$ OPPURE $\sqrt[9]{8} = \sqrt[3 \cdot 3]{2^3} = \sqrt[3]{2}$
RIDUZIONE ALLO STESSO INDICE	$\sqrt[m]{a} \text{ e } \sqrt[n]{b}$ SI POSSONO SCRIVERE CON: $\sqrt[m \cdot n]{a^n} \text{ e } \sqrt[m \cdot n]{b^m}$ CHE SI DIMOSTRA CON LA OPERAZIONE PRECEDENTE	$\sqrt[5]{2} \text{ e } \sqrt{3}$ DIVENTANO $\sqrt[10]{2^2} \text{ e } \sqrt[10]{3^5}$
PRODOTTO DI RADICALI	CON INDICE UGUALE $\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a \cdot b}$ CON INDICE DIVERSO $\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[m \cdot n]{a^n \cdot b^m}$ PERCHÉ: CON INDICE UGUALE $\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = a^{\frac{1}{m}} \cdot b^{\frac{1}{m}} = (a \cdot b)^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{a \cdot b}$ CON INDICE DIVERSO $\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[m \cdot n]{a^n} \cdot \sqrt[m \cdot n]{b^m} = \sqrt[m \cdot n]{a^n \cdot b^m}$	$\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{5 \cdot 3} = \sqrt[4]{15}$ OPPURE $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[6]{3^2 \cdot 4^2} = \sqrt[6]{27 \cdot 16} = \sqrt[6]{432}$

I RADICALI

RAPPORTO DI RADICALI

CON INDICE UGUALE

$$\sqrt[m]{a} : \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{\frac{a}{b}}$$

CON INDICE DIVERSO

$$\sqrt[m]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[m \cdot n]{a^n}$$

CHE SI DIMOSTRA ESATTAMENTE COME IL PRODOTTO

$$\sqrt[4]{5} : \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{\frac{5}{3}}$$

OPPURE

$$\sqrt{3} : \sqrt[3]{4} = \sqrt[6]{\frac{3^3}{4^2}} = \sqrt[6]{\frac{27}{16}}$$

TRASPORTO DI FATTORE DENTRO LA RADICE

$$a \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a^m \cdot b}$$

PERCHÉ

$$a \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a^m} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a^m \cdot b}$$

$$3 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{18}$$

TRASPORTO DI FATTORE FUORI DALLA RADICE

$$\sqrt[m]{a^m \cdot b} = a \cdot \sqrt[m]{b}$$

OPPURE

$$\sqrt[m]{a^{m+m}} = \sqrt[m]{a^m \cdot a^m} = a \cdot \sqrt[m]{a^m}$$

CHE SI DIMOSTRANO COME LA PRECEDENTE, SOLO

CHE NELLA SECONDA SI STRUTTA LA REGOLA DEL PRODOTTO TRA POTENZE

CON BASE UGUALE

$$\sqrt{27} = \sqrt{3^3} = \sqrt{3^2 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$$

OPPURE

$$\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3^4} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3} = 3\sqrt[3]{3}$$

OPPURE

$$\sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5} = 2\sqrt[3]{5}$$

I RADICALI

POTENZA DI RADICALI

$$(\sqrt[m]{a})^m = \sqrt[m]{a^m}$$

PERCHÉ:

$$\begin{aligned}(\sqrt[m]{a})^m &= (a^{\frac{1}{m}})^m \\ &= a^{\frac{m}{m}} = \sqrt[m]{a^m}\end{aligned}$$

$$(\sqrt{3})^2 = \sqrt{3^2} = \sqrt{9} = 3$$

RADICE DI RADICE

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

PERCHÉ:

$$\begin{aligned}\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} &= (a^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{m}} \\ &= a^{\frac{1}{m \cdot n}} = \sqrt[m \cdot n]{a}\end{aligned}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{3}} = \sqrt[6]{3}$$

SOMMA ALGEBRICA DI RADICALI SIMILI

$$\begin{aligned}x \cdot \sqrt[m]{a} \pm y \cdot \sqrt[m]{a} &= \\ &= (x \pm y) \sqrt[m]{a}\end{aligned}$$

PERCHÉ SI RACCOGLIE IL RADICALE SIMILE.

$$10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

OPPURE

$$4\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{2} = 7\sqrt[3]{2}$$

IL RADICALE DOPPIO

SE UN RADICALE CON INDICE 2 (CIOÈ UNA RADICE QUADRATA), HA UN RADICANDO CHE È LA SOMMA DI UN MONOMIO E DI UN'ALTRA RADICE QUADRATA, PRENDE IL NOME DI RADICALE DOPPIO, CIOÈ

I RADICALI

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$$

SE

$$(a^2 - b)$$

È UN QUADRATO PERFETTO, ALLORA SI APPLICA LA FORMULA DEL RADICALE DOPPIO CHE PERMETTE DI TRASFORMARE IL RADICALE DOPPIO NELLA SOMMA DI DUE RADICI SINGOLE, CIOÈ:

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$$

ESEMPIO:

$$\sqrt{7 + 2\sqrt{10}} = \sqrt{7 + \sqrt{40}}$$

$$a=7 \quad b=40 \quad a^2 - b = 49 - 40 = 9$$

QUADRATO PERFETTO

quindi:

$$\sqrt{7 + \sqrt{40}} = \sqrt{\frac{7 + \sqrt{9}}{2}} + \sqrt{\frac{7 - \sqrt{9}}{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}} + \sqrt{\frac{4}{2}} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

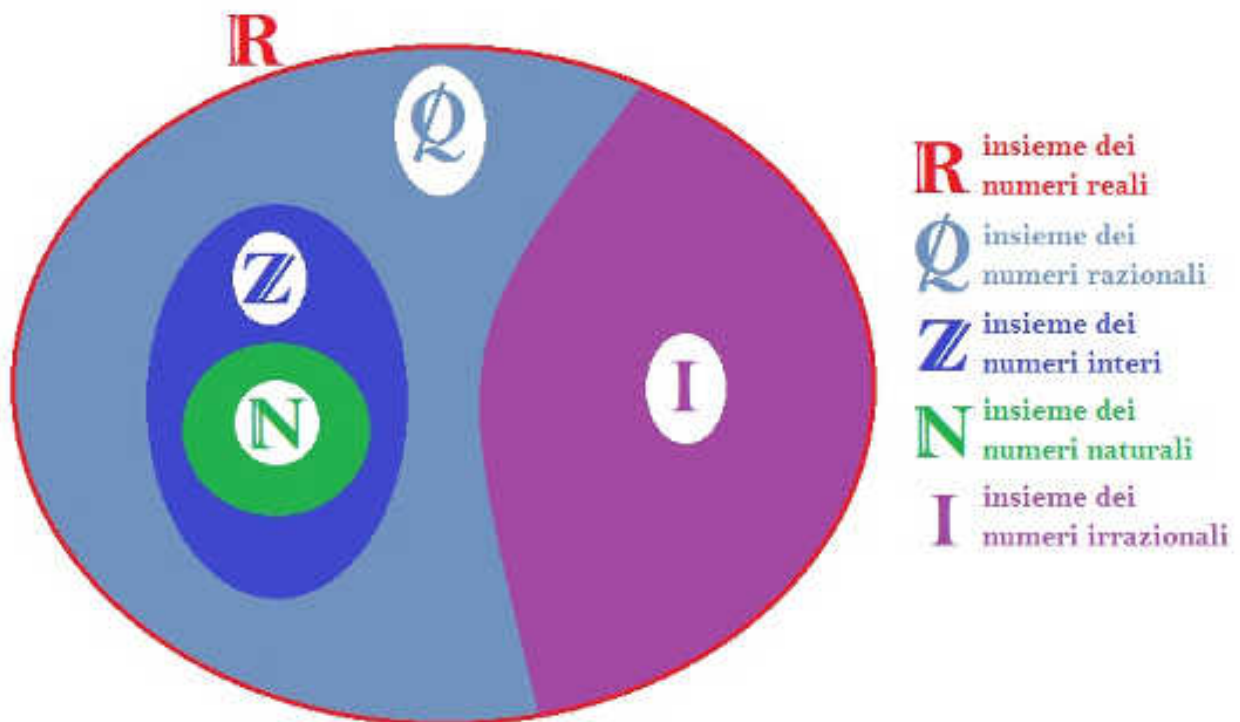
RAZIONALIZZAZIONE

QUANDO AL DENOMINATORE DI UNA FRAZIONE COMPaiono UNO O PIÙ RADICALI, QUESTO RAPPRESENTA UN NUMERO IRRAZIONALE, QUINDI MEDIANTE L'OPERAZIONE DI RAZIONALIZZAZIONE SI ELIMINANO I RADICALI PRESENTI AL DENOMINATORE, TRASFORMANDOLO COSÌ IN UN NUMERO RAZIONALE.

VALE LA PENA RICORDARE CHE UN NUMERO RAZIONALE

I RADICALI

È UN NUMERO OTTENIBILE COME RAPPORTO TRA DUE NUMERI INTERI, CON IL DENOMINATORE DIVERSO DA ZERO, ESPRIMIBILE QUINDI MEDIANTE UNA FRAZIONE O DEL QUALE ESISTE UNA FRAZIONE GENERATRICE CHE LO DETERMINI. MENTRE UN NUMERO IRRAZIONALE È UN NUMERO DECIMALE SEMPRE ILLIMITATO E NON PERIODICO CHE NON PUÒ ESSERE ESPRESSO SOTTO FORMA DI FRAZIONE. L'UNIONE TRA GLI INSIEMI DEI NUMERI RAZIONALI E DEI NUMERI IRRAZIONALI COSTITUISCE L'INSIEME DEI NUMERI REALI, CHE A SUA VOLTA CONTIENE L'INSIEME DEI NUMERI INTERI E L'INSIEME DEI NUMERI NATURALI. IL TUTTO SI PUÒ SPIEGARE CON IL SEGUENTE DIAGRAMMA DI EULERO-VEEN:



I RADICALI

OPERAZIONI DI RAZIONALIZZAZIONE

PER RAZIONALIZZARE IL DENOMINATORE DI UNA FRAZIONE BISOGNA MOLTIPLICARE LA FRAZIONE PER UN FATTORE DETTO "FATTORE RAZIONALIZZANTE" CON VALORE PARI AD 1 CHE VIENE SCELTO A SECONDA DEL TIPO DI DENOMINATORE, DISTINGUENDO 4 DIVERSI CASI:

1° CASO - UNA SOLA RADICE QUADRATA AL DENOMINATORE

$\frac{x}{\sqrt{a}}$ SI MOLTIPLICANO NUMERATORE E DENOMINATORE PER LO STESSO RADICALE PRESENTE AL DENOMINATORE

QUINDI:

FATTORE RAZIONALIZZANTE = 1

$$\frac{x}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{x \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{x \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a \cdot a}} = \frac{x \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a^2}} = \frac{x \cdot \sqrt{a}}{a}$$

ESEMPLI:

$$\text{I)} \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2 \cdot 2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{II)} \frac{2}{5\sqrt{3}} = \frac{2}{5\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{3 \cdot 3}} = \frac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{3^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{5 \cdot 3} = \frac{2\sqrt{3}}{15}$$

2° CASO - UNA SOLA RADICE NON QUADRATA AL DENOMINATORE

$$\frac{x}{\sqrt[m]{a^m}} = \frac{x}{\sqrt[m]{a^m}} \cdot \frac{\sqrt[m]{a^{m-m}}}{\sqrt[m]{a^{m-m}}} = \frac{x \cdot \sqrt[m]{a^{m-m}}}{\sqrt[m]{a^m \cdot a^{m-m}}} = \frac{x \cdot \sqrt[m]{a^{m-m}}}{\sqrt[m]{a^m}} = \frac{x \cdot \sqrt[m]{a^{m-m}}}{a}$$

ESEMPLI:

$$\text{I)} \frac{3}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{3}{\sqrt[3]{5^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5^{3-2}}}{\sqrt[3]{5^{3-2}}} = \frac{3}{\sqrt[3]{5^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5^2 \cdot 5}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{5}}{5}$$

I RADICALI

$$\text{II)} \frac{3}{\sqrt[7]{abc}} = \frac{3}{\sqrt[7]{abc}} \cdot \frac{\sqrt[7]{a^5 b^4 c^2}}{\sqrt[7]{a^5 b^4 c^2}} = \frac{3\sqrt[7]{a^5 b^4 c^2}}{\sqrt[7]{a^7 b^7 c^7}} = \frac{3\sqrt[7]{a^5 b^4 c^2}}{abc}$$

3° CASO - UN BINOMIO CON UNA O PIÙ RADICI QUADRATE AL DENOMINATORE

FATTORE RAZIONALIZZANTE = 1

$$\frac{x}{a+\sqrt{b}} = \frac{x}{a+\sqrt{b}} \cdot \frac{a-\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}} = \frac{x(a-\sqrt{b})}{(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b})} = \frac{x(a-\sqrt{b})}{a^2 - (\sqrt{b})^2} = \frac{x(a-\sqrt{b})}{a^2 - b}$$

$$\frac{x}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{x}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{x(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{x(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2} = \frac{x(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$$

ESEMPLI:

$$\text{I)} \frac{3}{2-\sqrt{5}} = \frac{3}{2-\sqrt{5}} \cdot \frac{2+\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} = \frac{3(2+\sqrt{5})}{2^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{3(2+\sqrt{5})}{4-5} = -3(2+\sqrt{5})$$

$$\text{II)} \frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \frac{5(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{5(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{7-3} = \frac{5}{4}(\sqrt{7}-\sqrt{3})$$

★ VEDI PRODOTTI NOTEVOLI!

4° CASO - UN BINOMIO CON UNA O DUE RADICI CUBICHE AL DENOMINATORE

FATTORE RAZIONALIZZANTE = 1

$$\frac{x}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}} = \frac{x}{(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b})} \cdot \frac{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}} = \frac{x(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})}{a+b}$$

RICORDANDO CHE PER I PRODOTTI NOTEVOLI SI HA:

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3 \quad \text{E} \quad (a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$$

I RADICALI

ESEMPIO:

$$\frac{\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{5}} \cdot \frac{(\sqrt[3]{7^2} + \sqrt[3]{7 \cdot 5} + \sqrt[3]{5^2})}{(\sqrt[3]{7^2} + \sqrt[3]{7 \cdot 5} + \sqrt[3]{5^2})} = \frac{3(\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{35} + \sqrt[3]{25})}{7 - 5} = \frac{3}{2}(\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{35} + \sqrt[3]{25})$$

ESERCIZI

SEMPLIFICAZIONE DI RADICALI

$$\begin{aligned} \sqrt{a^4 b^8 c^6} &= \sqrt{a^4} \cdot \sqrt{b^8} \cdot \sqrt{c^6} = (a^4)^{\frac{1}{2}} \cdot (b^8)^{\frac{1}{2}} \cdot (c^6)^{\frac{1}{2}} = \\ &= a^{\frac{4}{2}} \cdot b^{\frac{8}{2}} \cdot c^{\frac{6}{2}} = a^2 \cdot b^4 \cdot c^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{a^9 b^{12} c^6} &= \sqrt[3]{a^9} \cdot \sqrt[3]{b^{12}} \cdot \sqrt[3]{c^6} = (a^9)^{\frac{1}{3}} \cdot (b^{12})^{\frac{1}{3}} \cdot (c^6)^{\frac{1}{3}} = \\ &= a^{\frac{9}{3}} \cdot b^{\frac{12}{3}} \cdot c^{\frac{6}{3}} = a^3 \cdot b^4 \cdot c^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{9a^2 - 12ab + 4b^2} &= \sqrt[4]{(3a - 2b)^2} = [(3a - 2b)^2]^{\frac{1}{4}} = \\ &= (3a - 2b)^{\frac{2}{4}} = (3a - 2b)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3a - 2b} \end{aligned}$$

RIDUZIONE ALLO STESSO INDICE

$$\sqrt[3]{16}; \sqrt{27}; \sqrt[4]{125} = \text{CALCOLIAMO IL m.c.m. DEGLI INDICI}$$

$$\text{m.c.m.}(3, 2, 4) = 12, \quad \text{COSÌ:}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{16^4} \cdot \sqrt{27^6} \cdot \sqrt[4]{125^3} &\Rightarrow \sqrt[12]{(2^4)^4} \cdot \sqrt{(3^3)^6} \cdot \sqrt[12]{(5^3)^3} \\ &\Rightarrow \sqrt[12]{2^{16}} \cdot \sqrt[12]{3^{18}} \cdot \sqrt[12]{5^9} \end{aligned}$$

I RADICALI

$$= \sqrt{a^3+b^2}; \sqrt[12]{a^2-b^2}; \sqrt[6]{a^2-ab} \quad \text{m.c.m}(2,12,6)=12$$

così:

$$\sqrt[12]{(a^3+b^2)^6}; \sqrt[12]{a^2-b^2}; \sqrt[12]{(a^2-ab)^2}$$

TRASPORTO DI FATTORI DENTRO LA RADICE

$$= \left(\frac{3}{2}-1\right) \cdot \sqrt{\frac{8}{5}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8}{5}} = \sqrt{\frac{1}{2^2} \cdot \frac{8^2}{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$= \frac{a^2 b}{c^3} \cdot \sqrt[4]{\frac{3a^2 c^{11}}{b^4}} = \sqrt[4]{\frac{a^8 b^4}{c^{12}} \cdot \frac{3a^2 c^{11}}{b^4}} = \sqrt[4]{\frac{3a^{10}}{c}}$$

TRASPORTO DI FATTORI FUORI DALLA RADICE

$$= \sqrt{\frac{8}{81}} = \sqrt{\frac{2^3}{3^4}} = \sqrt{\frac{2^2 \cdot 2}{3^2 \cdot 3^2}} = \frac{2}{3 \cdot 3} \sqrt{2} = \frac{2}{9} \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{4x^4 - 4x^2} = \sqrt{4x^2(x^2 - 1)} = 2x \sqrt{x^2 - 1}$$

SOMMA ALGEBRICA DI RADICALI

$$\begin{aligned} - 2\sqrt{27} - 5\sqrt{48} + 3\sqrt{75} &= 2\sqrt{3^3} - 5\sqrt{2^4 \cdot 3} + 3\sqrt{5^2 \cdot 3} = \\ &= 2\sqrt{3^2 \cdot 3} - 5\sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 3} + 3 \cdot 5\sqrt{3} = 2 \cdot 3\sqrt{3} - 5 \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} + 15\sqrt{3} = \\ &= 6\sqrt{3} - 20\sqrt{3} + 15\sqrt{3} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

ESPRESSIONI CON I RADICALI

$$= (\sqrt{5} - \sqrt{3}) \sqrt{4 + \sqrt{15}} \quad \text{VISTO CHE } 4^2 - 15 = 16 - 15 = 1 \text{ È UN QUADRATO PERFETTO, ALLORA } \sqrt{4 + \sqrt{15}} \text{ È UN RADICALE DOPPIO}$$

così:

$$\begin{aligned} &= (\sqrt{5} - \sqrt{3}) \left(\sqrt{\frac{4+1}{2}} + \sqrt{\frac{4-1}{2}} \right) = (\sqrt{5} - \sqrt{3}) \left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{3}{2}} \right) = \\ &= \sqrt{5} \cdot \sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 5}{2}} + \sqrt{\frac{5 \cdot 3}{2}} - \sqrt{\frac{3 \cdot 5}{2}} - \sqrt{\frac{3 \cdot 3}{2}} = \\ &= 5\sqrt{\frac{1}{2}} - 3\sqrt{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$