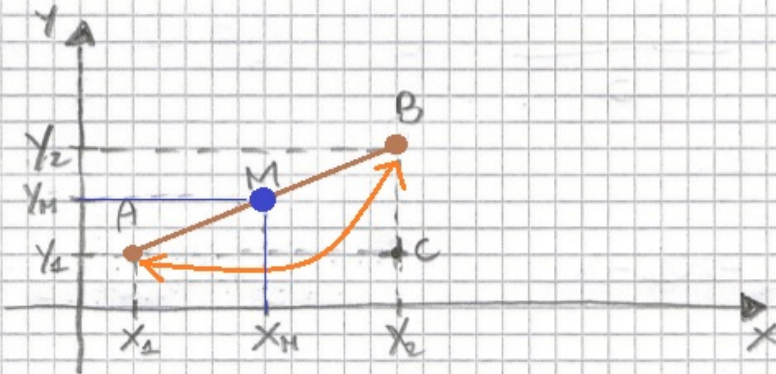


IL PIANO CARTESIANO

ASSI E PUNTI

(1)

DATI DUE PUNTI $A(x_1, y_1)$ E $B(x_2, y_2)$ SU UN SISTEMA DI ASSI CARTESIANI



LA DISTANZA TRA I DUE PUNTI È DATA DALLA LUNGHEZZA DEL SEGMENTO \overline{AB} , CIOÈ

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

FACILMENTE RICAVABILE APPLICANDO IL TEOREMA DI PITAGORA SUL TRIANGOLO \widehat{ABC} -

IL PUNTO MEDIO $M(x_M, y_M)$ È IL PUNTO DEL SEGMENTO EQUIDISTANTE DA A E B, CIOÈ $\overline{AM} = \overline{MB}$, E LE SUE COORDINATE SONO DATE DA:

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

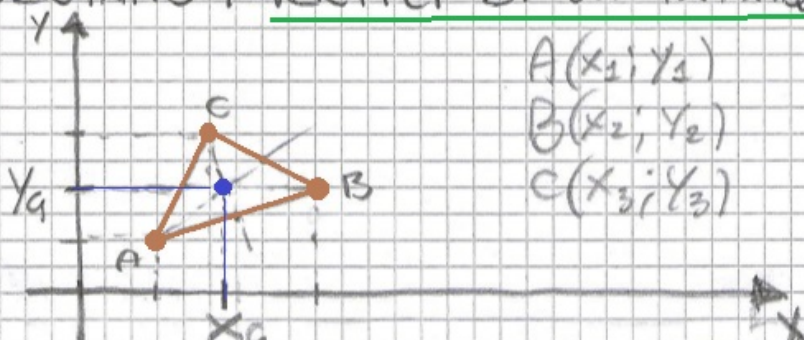
DALLE QVANI SI POSSONO RICAVARE LE INVERSE:

$$x_2 = 2x_M - x_1$$

$$y_2 = 2y_M - y_1$$

BARICENTRO DI UN TRIANGOLO

DATI 3 PUNTI A, B, C SUL PIANO CARTESIANO, CHE RAPPRESENTANO I VERTICI DI UN TRIANGOLO?



$A(x_1, y_1)$

$B(x_2, y_2)$

$C(x_3, y_3)$

IL PIANO CARTESIANO

IL BARICENTRO DI UN TRIANGOLO È IL PUNTO DI INCONTRO DELLE MEDIANE, E LE SUE COORDINATE SONO:

$$X_G = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$$

e

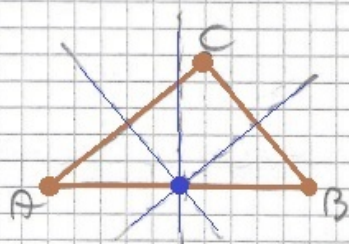
$$Y_G = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3}{3}$$

INVERSAMENTE:

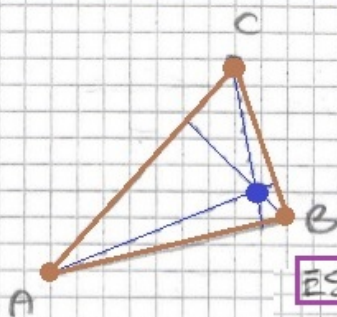
$$X_3 = 3X_G - X_1 - X_2$$

$$Y_3 = 3Y_G - Y_1 - Y_2$$

MENTRE SI DICE CIRCOCENTRO, IL PUNTO DI INCONTRO DEGLI ASSI DEI SEGMENTI CHE RAPPRESENTANO I LATI DEL TRIANGOLO



INFINE SI DICE ORTOCENTRO, IL PUNTO DI INCONTRO DELLE ALTEZZE



ESEMPIO

DATI TRE PUNTI $A(-3; 0)$ $B(1; 4)$ $C(-3; 6)$
DETERMINIAMO IL BARICENTRO DEL TRIANGOLO ABC,
SAPEUDO CHE LE SUE COORDINATE SONO DATE DA:

$$X_{BAR} = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$$

$$Y_{BAR} = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3}{3}$$

CIOÈ:

$$X_{BAR} = \frac{-3 + 1 - 3}{3}$$

$$Y_{BAR} = \frac{0 + 4 + 6}{3}$$

$$X_{BAR} = -\frac{5}{3}$$

$$Y_{BAR} = \frac{10}{3}$$

IL PIANO CARTESIANO

DIVIDERE UN SEGMENTO IN PARTI PROPORZIONALI AD UN NUMERO K

DATI 2 PUNTI $A(x_1; y_1)$ E $B(x_2; y_2)$, SUL SEGMENTO \overline{AB} IL PUNTO $P(x_p; y_p)$ DIVIDERÀ IL SEGMENTO IN PARTI PROPORZIONALI AD UN NUMERO K , CIOÈ TALE CHE:

$$\frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} = k$$

SE LE SUB COORDINATE SONO:

$$x_p = x_1 + k \cdot (x_2 - x_1)$$

$$y_p = y_1 + k \cdot (y_2 - y_1)$$

AREA DI UN TRIANGOLO (SARRUS)

DATE LE COORDINATE DI 3 PUNTI SUL PIANO CARTESIANO,

$$A(x_1; y_1) \quad B(x_2; y_2) \quad C(x_3; y_3)$$

L'AREA DEL TRIANGOLO DI VERTICI $\hat{A}BC$ È UGUALE AD UN MEZZO DEL VALORE ASSOLUTO DEL DETERMINANTE DELLA MATRICE

$$x_1 \quad y_1 \quad 1$$

$$x_2 \quad y_2 \quad 1$$

$$x_3 \quad y_3 \quad 1$$

CIOÈ:

$$A(\hat{A}BC) = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

CHÉ CON LA REGOLA DI SARRUS È:

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 & x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 & 1 & x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 & 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |x_1 y_2 + y_1 x_3 + x_2 y_3 - y_2 x_3 - x_1 y_3 - y_1 x_2|$$

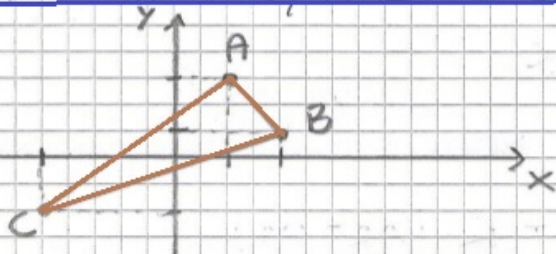
IL PIANO CARTESIANO

Esercizio svolto

Siano $A(2;3)$ $B(4;1)$ $C(-5;-2)$

I vertici del triangolo $\hat{A}BC$.

Calcolare perimetro, area e baricentro del triangolo.



Calcoliamo la misura dei lati applicando per ognuno la formula della distanza tra due punti:

$$\overline{AB} = \sqrt{(4-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(-5-2)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{(-7)^2 + (-5)^2} = \sqrt{49+25} = \sqrt{74}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(-5-4)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{(-9)^2 + (-3)^2} = \sqrt{81+9} = \sqrt{90}$$

$$P = \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} = \sqrt{8} + \sqrt{74} + \sqrt{90}$$

Poi:

$$A(\hat{A}BC) = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ -5 & -2 & 1 & -5 & -2 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \cdot |2 \cdot 1 \cdot 1 + 3 \cdot 1 \cdot (-5) + 1 \cdot 2 \cdot (-2) - (-5) \cdot 1 \cdot (-2) - (-2) \cdot 1 \cdot 4 - 3 \cdot (-5) \cdot 1| =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot |2 - 15 - 8 + 5 + 4 - 12| = \frac{1}{2} \cdot |-24| = \frac{24}{2} = 12$$

Infine calcoliamo le coordinate del baricentro:

$$X_{\text{bar}} = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3} = \frac{2 + 4 - 5}{3} = \frac{1}{3}$$

$$Y_{\text{bar}} = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3}{3} = \frac{3 + 1 - 2}{3} = \frac{2}{3}$$