DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

SONO QUELLE DISEQUAZIONI CHE COINVOLGONO LE CLASSICHE OPERAZIONI TRA POLINOMI O TRA FRAZIONI ALGEBRICHE NELLE QUALI L'INCOGNITA È PRESENTE ALL'INTERNO DI ALMENO UN MODULO.

SI RISOLVONO SCOMPONENDOLE NELL'UNIONE DI PIÙ SISTEMI DI DISEQUAZIONI ELIMINANDO I MODULI PONENDO ESPLICITAMENTE I SEGNI DEI RISPETTIVI ARGOMENTI SEMPRE IN BASE ALLA DEFINIZIONE DI MODULO.

ANCHE PER ESSE (COME PER LE EQUAZIONI CON MODULO) SI POSSONO DISTINGUERE DIVERSI CASI PER I QUALI SI CONSIDERANO DIVERSE FORME NORMALI DALLE QUALI PARTIRE PER PROCEDERE ALLA LORO RISOLUZIONE.

A DISEQUAZIONE CON UN VALORE ASSOLUTO ED UN TERMINE NOTO COSTANTE

$$|A(x)| \gtreqless c$$

DOVE $A(x)$ È UN QUALSIASI POLINOMIO MENTRE $c \in \mathbb{R}$ È UNA COSTANTE (UN NUMERO).

QUESTO TIPO È DETTO DISEQUAZIONE ELEMENTARE CON UN VALORE ASSOLUTO.

NEL CASO IN CUI L'ESPRESSIONE DI $A(x)$ LO RICHIEDA (SE AD ESEMPIO IN ESSA È PRESENTE UNA FRAZIONE ALGEBRICA...) BISOGNA INNANZI TUTTO DETERMINARE LE CONDIZIONI DI ESISTENZA DA IMPORRE POI ALLE EVENTUALI SOLUZIONI.

VISTO CHE $|A(x)|$ PER LA DEFINIZIONE DI MODULO

DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

È UNA QUANTITÀ POSITIVA E AL PIÙ UGUALE A ZERO SE $A(x)=0$, ALLORA A SECONDA DEL SEGNO DELLA COSTANTE C POSSIAMO DEFINIRE DIVERSE CASISTICHE DOVE IN ALCUNE LA DISEQUAZIONE DIVENTA BANALE.

VERSO DISEQUAZIONE	C	SOLUZIONI
$\geq$	$C>0$	DA DETERMINARE
	$C=0$	$\forall x \in \mathbb{R}$
	$C<0$	$\forall x \in \mathbb{R}$
$>$	$C>0$	DA DETERMINARE
	$C=0$	$\forall x \in \mathbb{R} - \{x : A(x)=0\}$
	$C<0$	$\forall x \in \mathbb{R}$
$\leq$	$C>0$	DA DETERMINARE
	$C=0$	$\forall x : A(x)=0$
	$C<0$	NESSUNA SOLUZIONE
$<$	$C>0$	DA DETERMINARE
	$C=0$	NESSUNA SOLUZIONE
	$C<0$	NESSUNA SOLUZIONE

COME POSSIAMO VEDERE L'UNICO CASO IN CUI SI PUÒ PROCEDERE ALLA DETERMINAZIONE DELLE SOLUZIONI È QUELLO IN CUI $C>0$, NEGLI ALTRI LA DISEQUAZIONE È BANALMENTE RISOLTA OPPURE SI OTTIENE UNA EQUAZIONE.
QUANDO $C>0$ POSSIAMO ELIMINARE IL VALORE ASSOLUTO MEDIANTE LA SUA DEFINIZIONE, PONENDO ESPLICITAMENTE IL SEGNO DEL SUO ARGOMENTO, OTTENENDO COSÌ INDIPENDENTEMENTE DAL

VERSO DELLA DISEQUAZIONE L'UNIONE DEI SISTEMI SEGUENTI

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) \gtrless C \end{cases} \cup \begin{cases} A(x) < 0 \\ -A(x) \gtrless C \end{cases}$$

A QUESTO PUNTO POSSIAMO GENERALIZZARE ANCORA DI PIÙ LE SOLUZIONI DISTINGUENDO I 2 DIVERSI CASI:

I VERSO DISEQUAZIONE MINORE $<$
(VALE ANALOGAMENTE PER MINORE-UGUALE $\leq$)

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) < C \end{cases} \cup \begin{cases} A(x) < 0 \\ -A(x) < C \end{cases}$$

CIOÈ

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) < C \end{cases} \cup \begin{cases} A(x) < 0 \\ A(x) > -C \end{cases}$$

VISTO CHE L'IPOTESI DI PARTENZA È $C > 0$ ALLORA

$$-C < 0$$

COSÌ I 2 SISTEMI POSSONO ESSERE SCRITTI COME

$$-C < A(x) < 0 \cup 0 \leq A(x) < C$$

QUINDI

$$-C < A(x) < C$$

CHE COME SISTEMA SARÀ

$$\begin{cases} A(x) > -C \\ A(x) < C \end{cases}$$

II VERSO DISEQUAZIONE MAGGIORE >
(VALE ANALOGAMENTE PER MAGGIORE-UGUALE $\geq$)

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) > c \end{cases} \cup \begin{cases} A(x) < 0 \\ -A(x) > c \end{cases}$$

CIOÈ

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) > c \end{cases} \cup \begin{cases} A(x) < 0 \\ A(x) < -c \end{cases}$$

CHE ESSENDO $c > 0$ E $-c < 0$, EQUIVALE A

$$A(x) > c \cup A(x) < -c$$

QUINDI

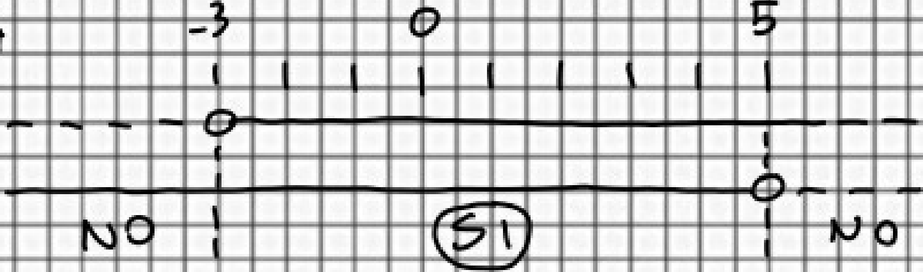
$$A(x) < -c \cup A(x) > c$$

ESEMPI

1 $|x-1| < 4$

$$\begin{cases} x-1 > -4 \\ x-1 < 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -3 \\ x < 5 \end{cases}$$



$$-3 < x < 5$$

2 $|3x+2| \geq 1$

$$3x+2 \leq -1 \cup 3x+2 \geq 1 \Rightarrow x \leq -1 \cup x \geq -\frac{1}{3}$$

$$3x \leq -3 \cup 3x \geq -1$$

B DISEQUAZIONE CON UN VALORE ASSOLUTO ED UN TERMINE NOTO VARIABILE

$$|A(x)| \gtreqless B(x)$$

DOVE $A(x)$ E $B(x)$ SONO 2 POLINOMI QUALSIASI.
QUESTO TIPO É DETTO DISEQUAZIONE NON ELEMENTARE CON UN VALORE ASSOLUTO.
PER PRIMA COSA BISOGNA DETERMINARE LE CONDIZIONI DI ESISTENZA QUALORA LE ESPRESSIONI DI $A(x)$ E $B(x)$ LO RICHIEDANO.
DOPO DI CHE SI PROCEDE PER PASSI:

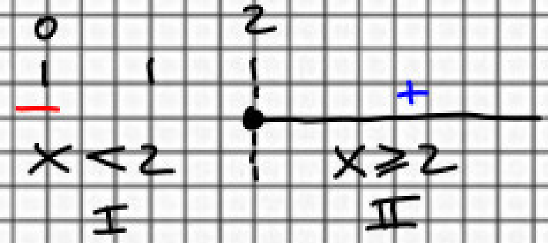
1- SI STUDIA IL SEGNO DELL'ARGOMENTO DEL MODULO PONENDO
$$A(x) \geq 0$$
2- SI RIPORTANO LE SOLUZIONI OTTENUTE SU UN GRAFICO INDIVIDUANDO GLI INTERVALLI NEI QUALI $A(x)$ È POSITIVO + O NEGATIVO –.
3- PER CIASCUN INTERVALLO SI SCRIVE UN SISTEMA DI 2 DISEQUAZIONI,
- LA PRIMA É LA CONDIZIONE DEL SEGNO DI $A(x)$
- LA SECONDA É LA DISEQUAZIONE DI PARTENZA NELLA QUALE ELIMINIAMO IL VALORE ASSOLUTO PONENDO ESPLICITAMENTE IL SEGNO AL SUO ARGOMENTO.

4- SI RISOLVONO TUTTI I SISTEMI E SI PRENDONO COME SOLUZIONI DELLA DISEQUAZIONE INIZIALE L'UNIONE DELLE SOLUZIONI DI TUTTI I SISTEMI.

ESEMPIO

$$|x-2| < 4x$$

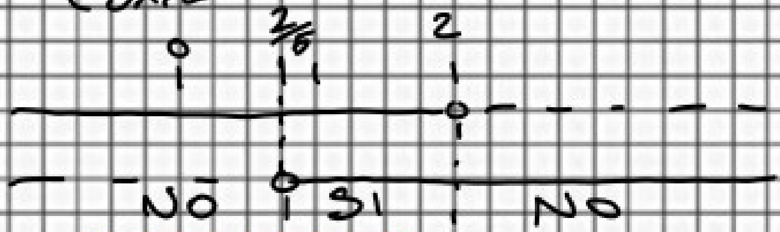
$$x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$$



I $x<2$

$$\begin{cases} x-2<0 \\ -(x-2)<4x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<2 \\ 5x>2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x<2 \\ x>\frac{2}{5} \end{cases}$$

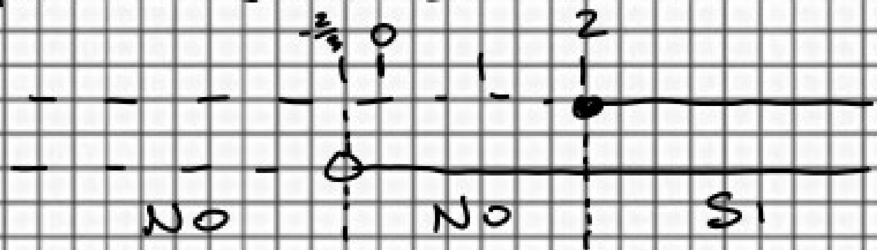


$$\boxed{\frac{2}{5}<x<2}$$

II $x \geq 2$

$$\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ +(x-2)<4x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 3x>-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x>-\frac{2}{3} \end{cases}$$



$$\boxed{x \geq 2}$$

QUINDI UNENDO LE SOLUZIONI SI OTTIENE

$$\frac{2}{5}<x<2 \cup x \geq 2$$

CIOÈ

$$\boxed{x>\frac{2}{5}}$$

CHE È LA SOLUZIONE DELLA DISEQUAZIONE.

C — DISEQUAZIONI CON 2 O PIÙ VALORI ASSOLUTI

$$|A(x)| \gtreqless |B(x)|$$

IN QUESTO CASO SI PROCEDE COME QUELLO PRECEDENTE.

UNA VOLTA DETERMINATE LE EVENTUALI CONDIZIONI DI ESISTENZA:

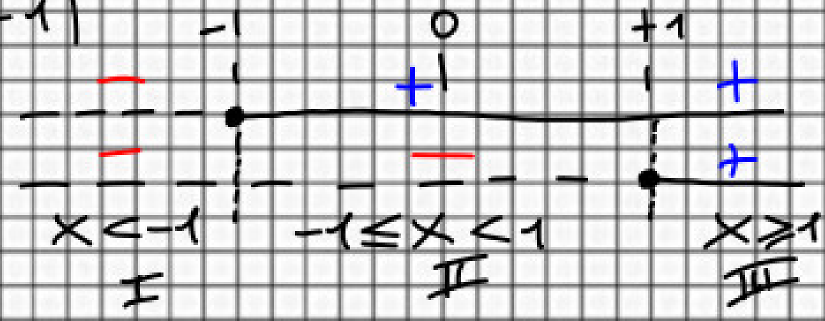
1. SI STUDIANO I SEGNI DEGLI ARGOMENTI DI OGNI MODULO.
2. SI DISEGNA IL GRAFICO DEGLI INTERVALLI IN CUI GLI ARGOMENTI DEI VALORI ASSOLUTI SONO POSITIVI + O NEGATIVI −.
3. PER CIASCUN INTERVALLO SI IMPOSTA UN SISTEMA CON LA CONDIZIONE SUL SEGNO DEGLI ARGOMENTI E LA DISEQUAZIONE INIZIALE RISCRITTA ELIMINANDO I VALORI ASSOLUTI PONENDO ESPLICITAMENTE IL SEGNO DI CIASCUN ARGOMENTO.
4. SI RISOLVONO TUTTI I SISTEMI E SI PRENDONO COME SOLUZIONI L'UNIONE DELLE SOLUZIONI DI TUTTI I SISTEMI.

ESEMPIO

$$|x+1| > |x-1|$$

$x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$

$x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$



I $x<-1$

$$\begin{cases} x<-1 \\ -(x+1)>-(x-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<-1 \\ \cancel{-x}-1>\cancel{-x}+1 \end{cases}$$

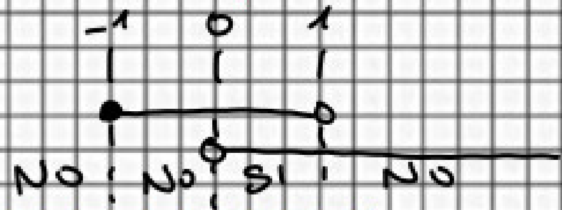
$$\begin{cases} x<-1 \\ 2<0 \end{cases}$$

NESSUNA SOLUZIONE

II $-1\leq x<1$

$$\begin{cases} -1\leq x<1 \\ +(x+1)>-(x-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1\leq x<1 \\ x\cancel{+1}>-x\cancel{+1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1\leq x<1 \\ 2x>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1\leq x<1 \\ x>0 \end{cases}$$

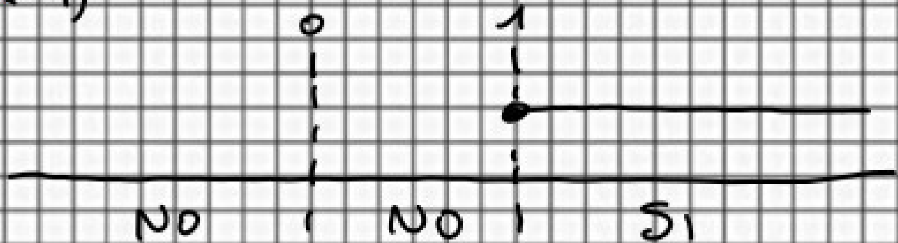


$$0<x<1$$

III $x\geq 1$

$$\begin{cases} x\geq 1 \\ +(\cancel{x}+1)>+(\cancel{x}-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\geq 1 \\ 2>0 \end{cases}$$



$$x\geq 1$$

UNENDO LE SOLUZIONI

$$0<x<1 \cup x\geq 1$$

SI OTTIENE

$$x>0$$

ESERCIZI

1 $|x-3|<-9$

NESSUNA SOLUZIONE

2 $|x+3|>2$

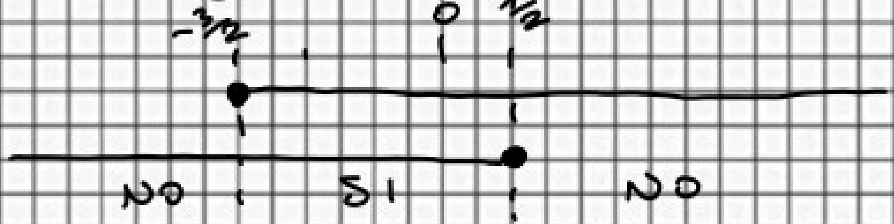
$x+3<-2 \quad \cup \quad x+3>2$

$x<-5 \quad \cup \quad x>-1$

3 $|2x+1|\leq 2$

$$\begin{cases} 2x+1\geq -2 \\ 2x+1\leq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x\geq -3 \\ 2x\leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\geq -\frac{3}{2} \\ x\leq \frac{1}{2} \end{cases}$$



$-\frac{3}{2}\leq x\leq \frac{1}{2}$

4 $|x-1|>2$

$x-1<-2 \quad \cup \quad x-1>2$

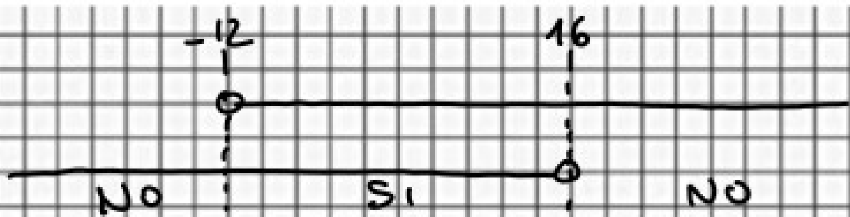
$x<-1 \quad \cup \quad x>3$

5 $\frac{1}{7}|x-2|<2 \Rightarrow \cancel{7}\cdot\frac{1}{\cancel{7}}|x-2|<2\cdot 7$

$|x-2|<14$

$$\begin{cases} x-2>-14 \\ x-2<14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>-12 \\ x<16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -12 \\ x < 16 \end{cases}$$



$$\boxed{-12 < x < 16}$$

6 $\left|\dfrac{2x-1}{5}\right| > 3$

$$\frac{2x-1}{5} < -3 \quad \cup \quad \frac{2x-1}{5} > 3$$

$$2x-1 < -15 \quad \cup \quad 2x-1 > 15$$

$$2x < -14 \quad \cup \quad 2x > 16$$

$$x < -\frac{\cancel{14}^{\,7}}{\cancel{2}_{\,1}} \quad \cup \quad x > \frac{\cancel{16}^{\,8}}{\cancel{2}_{\,1}}$$

$$\boxed{x < -7 \quad \cup \quad x > 8}$$

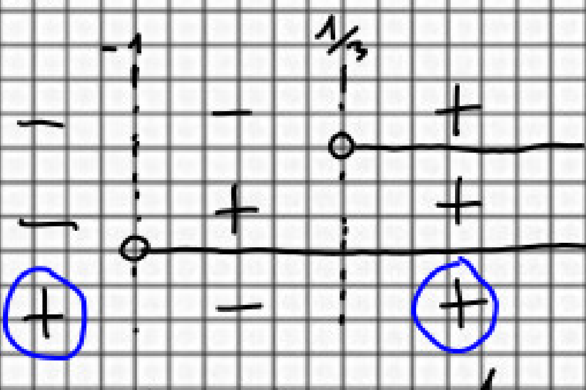
7 $\left|\dfrac{x-3}{x+1}\right| < 2$ C.E. $x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

$$\begin{cases} \dfrac{x-3}{x+1} > -2 \\ \dfrac{x-3}{x+1} < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{x-3+2x+2}{x+1} > 0 \\ \dfrac{x-3-2x-2}{x+1} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{3x-1}{x+1} > 0 \\ \dfrac{-x-5}{x+1} < 0 \end{cases}$$

(I)

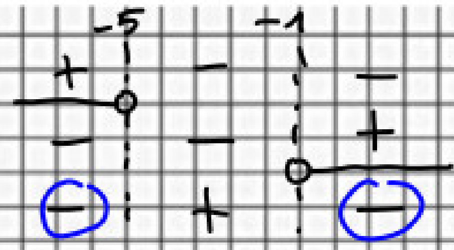
$\dfrac{3x-1}{x+1} > 0$ $\quad 3x-1 > 0 \quad x > \dfrac{1}{3}$

$\quad x+1 > 0 \quad x > -1$



$$x < -1 \quad \cup \quad x > \frac{1}{3}$$

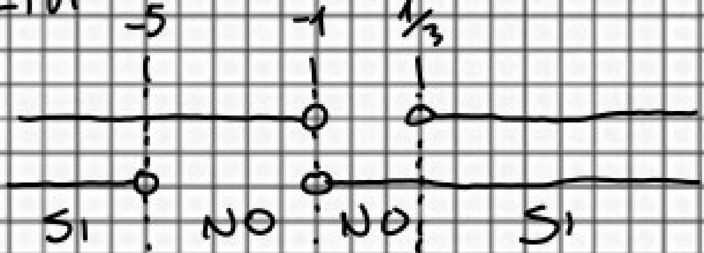
II $\quad \dfrac{-x-5}{x+1} < 0 \qquad -x-5>0 \quad x<-5 \qquad x+1>0 \quad x>-1$



$x<-5 \cup x>-1$

RITORNANDO AL SISTEMA

$$\begin{cases} x<-1 \cup x>\dfrac{1}{3} \\ x<-5 \cup x>-1 \end{cases}$$



$$x<-5 \cup x>1/3$$

8 $\quad \left|\dfrac{x-3}{x+5}\right| \geq 2 \qquad$ C.E. $x+5 \neq 0 \quad x \neq -5$

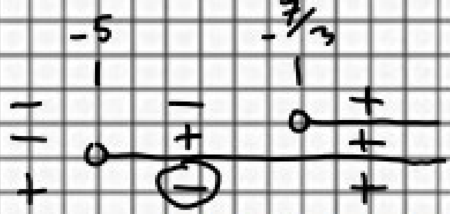
$$\frac{x-3}{x+5} \leq -2 \quad \cup \quad \frac{x-3}{x+5} \geq 2$$

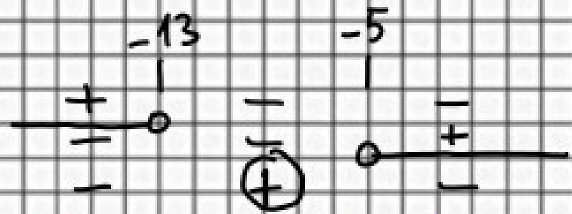
$$\frac{x-3+2x+10}{x+5} \leq 0 \quad \cup \quad \frac{x-3-2x-10}{x+5} \geq 0$$

$$\frac{3x+7}{x+5} \leq 0 \quad \cup \quad \frac{-x-13}{x+5} \geq 0$$

$3x+7>0 \Rightarrow x>-\dfrac{7}{3} \qquad \cup \qquad -x-13>0 \Rightarrow x<-13$

$x+5>0 \qquad x>-5 \qquad\qquad x+5>0 \qquad x>-5$

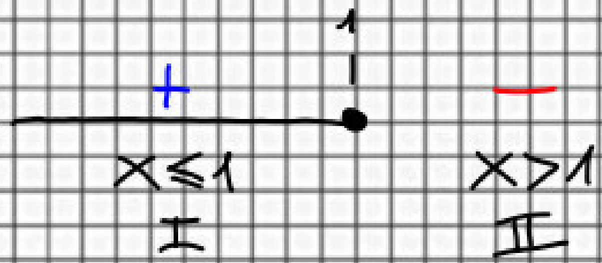




$$-13 \leq x < -5 \cup -5 < x \leq -\frac{7}{3}$$

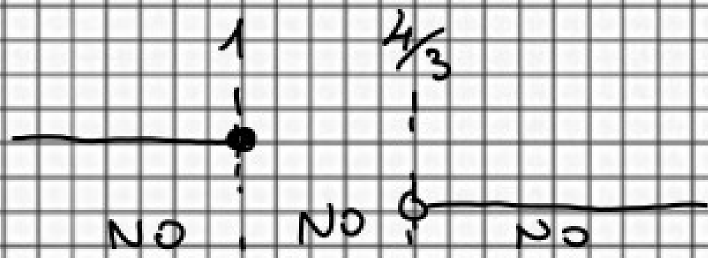
9 $|1-x| < 2x-3$

$1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1$



I $\begin{cases} x \leq 1 \\ +(1-x) < 2x-3 \end{cases}$

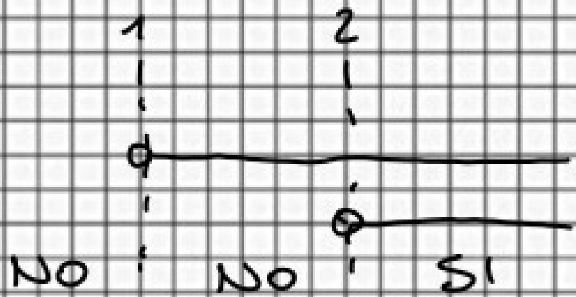
$\begin{cases} x \leq 1 \\ 3x > 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 1 \\ x > \frac{4}{3} \end{cases}$



NESSUNA SOLUZIONE

II $\begin{cases} x > 1 \\ -(1-x) < 2x-3 \end{cases}$

$\begin{cases} x > 1 \\ x > 2 \end{cases}$



$x > 2$

QUINDI

$\boxed{x > 2}$

10 $x^2 - 5|x| + 4 \leq 0$

I $\begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 5(+x) + 4 \leq 0 \end{cases}$

$x^2 - 5x + 4 \leq 0$

$x^2 - 5x + 4 = 0$ $\Delta = (-5)^2 - 4(4) = 9$

$$x_{1,2}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{5\pm3}{2}=\begin{cases}\frac{5-3}{2}=\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{2}_{1}}=1\\[4pt] \frac{5+3}{2}=\frac{\cancel{8}^{4}}{\cancel{2}_{1}}=4\end{cases}$$

$$1\le x\le 4$$

(II) $\begin{cases}x<0\\ x^2-5(-x)+4\le 0\end{cases}$

$x^2+5x+4\le 0$

$x^2+5x+4=0 \qquad \Delta=(5)^2-4(4)=9$

$$x_{1,2}=\frac{-5\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{-5\pm3}{2}=\begin{cases}\frac{-5-3}{2}=-\frac{\cancel{8}^{4}}{\cancel{2}_{1}}=-4\\[4pt] \frac{-5+3}{2}=-\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{2}_{1}}=-1\end{cases}$$

$$-4\le x\le -1$$

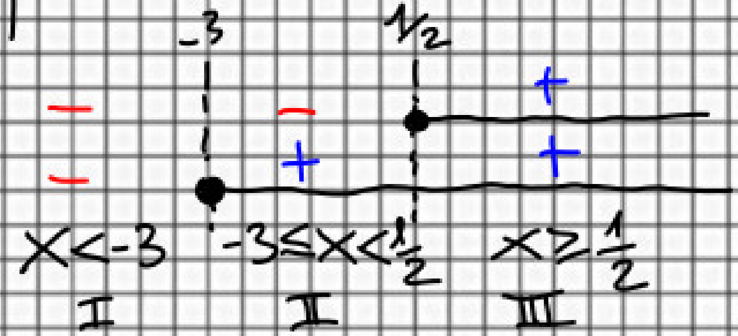
LE SOLUZIONI SONO

$$-4\le x\le -1 \quad \cup \quad 1\le x\le 4$$

11 $|2x-1|<|x+3|$

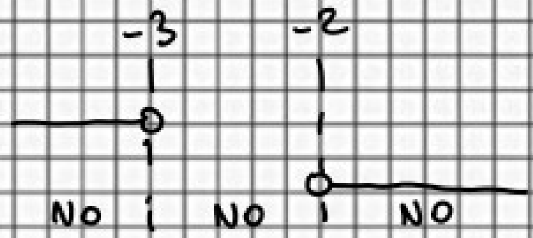
$2x-1\ge 0 \quad x\ge\frac{1}{2}$

$x+3\ge 0 \quad x\ge -3$



(I) $\begin{cases}x<-3\\ -(2x-1)<-(x+3)\end{cases}$

$\begin{cases}x<-3\\ x>-2\end{cases}$

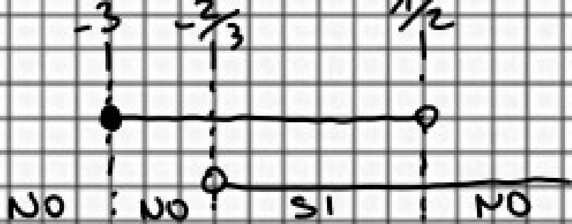


NESSUNA SOLUZIONE

II

$$\begin{cases} -3 \le x < \frac{1}{2} \\ -(2x-1) < +(x+3) \end{cases} \qquad \begin{cases} -3 \le x < \frac{1}{2} \\ -2x+1 < x+3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \le x < \frac{1}{2} \\ 3x > -2 \end{cases} \qquad \begin{cases} -3 \le x < \frac{1}{2} \\ x > -\frac{2}{3} \end{cases}$$

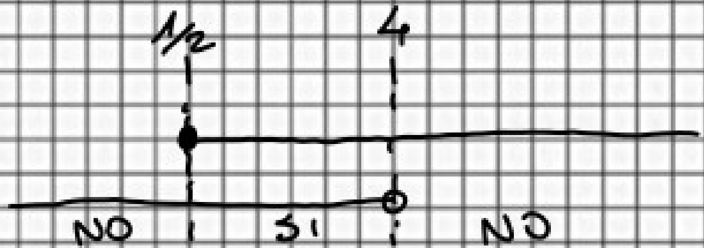


$$-\frac{2}{3} < x < \frac{1}{2}$$

III

$$\begin{cases} x \ge \frac{1}{2} \\ +(2x-1) < +(x+3) \end{cases} \qquad \begin{cases} x \ge \frac{1}{2} \\ 2x - x < 3+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \ge \frac{1}{2} \\ x < 4 \end{cases}$$



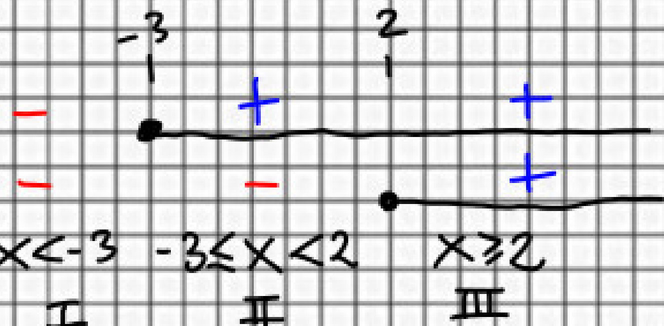
$$\frac{1}{2} \le x < 4$$

$$\boxed{-\frac{2}{3} < x < 4}$$

12 $|x+3| > \frac{2}{3}|x-2|$

$x+3 \ge 0 \quad x \ge -3$

$x-2 \ge 0 \quad x \ge 2$



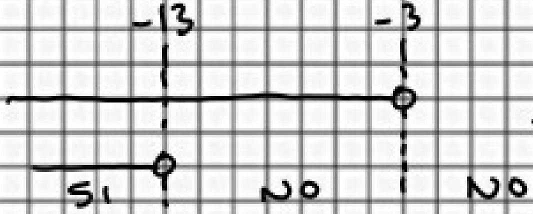
I

$$\begin{cases} x < -3 \\ -(x+3) > \frac{2}{3}\left[-(x-2)\right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -3 \\ -x-3 > -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x<-3 \\ x-\frac{2}{3}x < -3-\frac{4}{3} \end{cases} \qquad \begin{cases} x<-3 \\ \frac{1}{3}x < -\frac{13}{3} \end{cases} \qquad \begin{cases} x<-3 \\ \cancel{3}\cdot\frac{1}{\cancel{3}}x < -\frac{13}{\cancel{3}}\cdot\cancel{3} \end{cases}$$

$$x<-3$$
$$x<-13$$



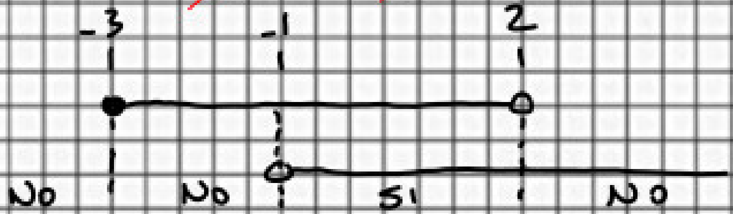
$$\Rightarrow \quad x<-13$$

II

$$\begin{cases} -3\le x<2 \\ +(x+3) > \frac{2}{3}\left[-(x-2)\right] \end{cases} \qquad \begin{cases} -3\le x<2 \\ x+3 > -\frac{2}{3}x+\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3\le x<2 \\ x+\frac{2}{3}x > \frac{4}{3}-3 \end{cases} \qquad \begin{cases} -3\le x<2 \\ \cancel{\frac{5}{3}}x > -\cancel{\frac{5}{3}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3\le x<2 \\ x>-1 \end{cases}$$



$$-1<x<2$$

III

$$\begin{cases} x\ge 2 \\ +(x+3) > \frac{2}{3}\left[+(x-2)\right] \end{cases} \qquad \begin{cases} x\ge 2 \\ x+3 > \frac{2}{3}x-\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\ge 2 \\ x-\frac{2}{3}x > -3-\frac{4}{3} \end{cases} \qquad \begin{cases} x\ge 2 \\ \frac{1}{\cancel{3}}x > -\frac{13}{\cancel{3}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\ge 2 \\ x>-13 \end{cases}$$

$$x\ge 2$$

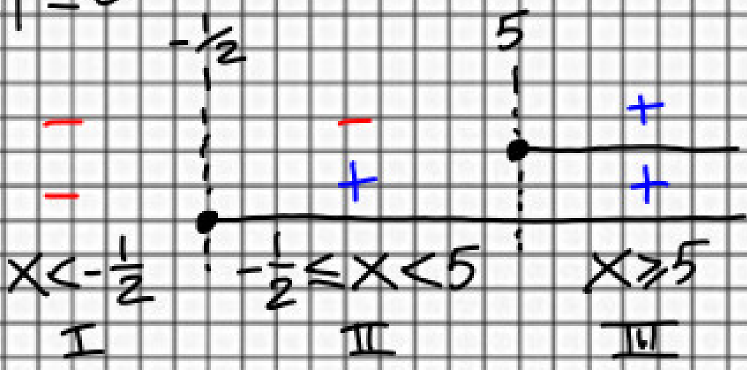
QUINDI

$$\boxed{x<-13 \ \cup \ x>-1}$$

13 $|x-5|-|2x+1|\leq 0$

$x-5\geq 0 \quad x\geq 5$

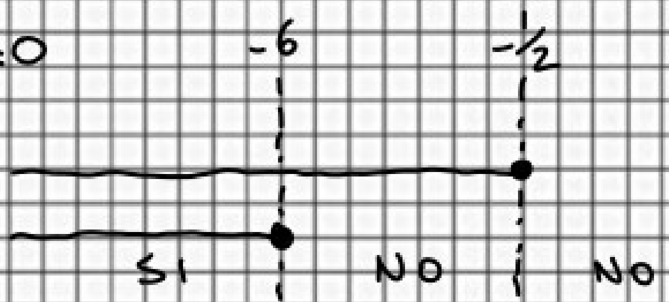
$2x+1\geq 0 \quad x\geq -\frac{1}{2}$



I $\begin{cases} x<-\frac{1}{2} \\ -(x-5)-[-(2x+1)]\leq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x<-\frac{1}{2} \\ -x+5+2x+1\leq 0 \end{cases}$

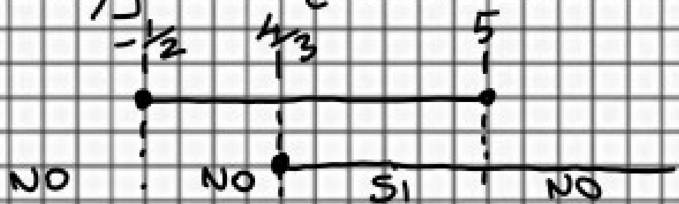
$\begin{cases} x\leq -\frac{1}{2} \\ x\leq -6 \end{cases}$



$x\leq -6$

II $\begin{cases} -\frac{1}{2}\leq x<5 \\ -(x-5)-[+(2x+1)]\leq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} -\frac{1}{2}\leq x<5 \\ -x+5-2x-1\leq 0 \end{cases}$

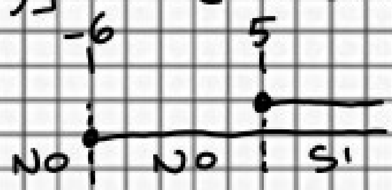
$\begin{cases} -\frac{1}{2}\leq x<5 \\ 3x\geq 4 \to x\geq \frac{4}{3} \end{cases}$



$\frac{4}{3}\leq x\leq 5$

III $\begin{cases} x\geq 5 \\ +(x-5)-[+(2x+1)]\leq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq 5 \\ x-5-2x-1\leq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x\geq 5 \\ x\geq -6 \end{cases}$



$x\geq 5$

$\boxed{x\leq -6 \quad x\geq \frac{4}{3}}$

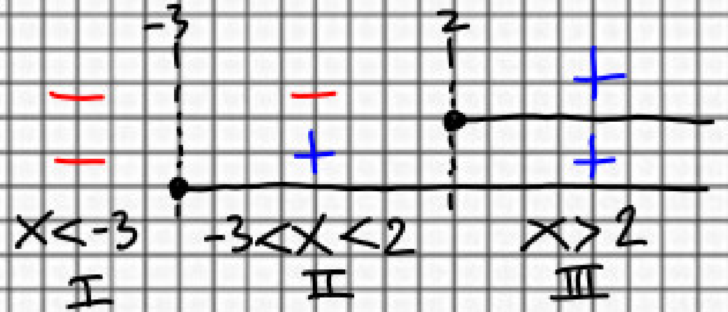
14 $\dfrac{3}{|x-2|} > \dfrac{2}{|x+3|}$

C.E. $x-2 \neq 0 \quad x \neq 2$

$x+3 \neq 0 \quad x \neq -3$

$x-2 \geq 0 \quad x \geq 2$

$x+3 \geq 0 \quad x \geq -3$



I

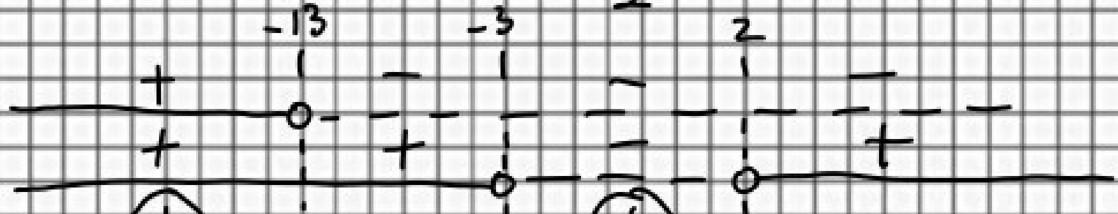
$$\begin{cases} x<-3 \\ \dfrac{3}{2-x} > \dfrac{2}{-x-3} \end{cases} \qquad \begin{cases} x<-3 \\ \dfrac{3(-x-3)-2(2-x)}{-2x-6+x^2+3x} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x<-3 \\ \dfrac{-3x-9-4+2x}{x^2+x-6} > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x<-3 \\ \dfrac{-x-13}{x^2+x-6} > 0 \end{cases}$$

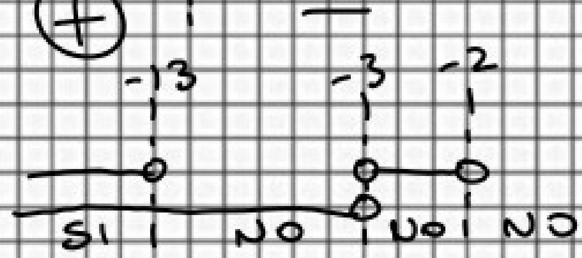
$-x-13>0 \qquad x<-13$

$x^2+x-6>0 \qquad \Delta=(1)^2-4(-6)=1+24=25$

$$x_{1,2}=\frac{-(1)\pm\sqrt{25}}{2}=\frac{-1\pm5}{2}=\begin{cases} -\frac{6}{2}=-3 \\ \frac{4}{2}=2 \end{cases} \qquad x<-3 \cup x>2$$



$$\begin{cases} x<-13 \cup -3<x<2 \\ x<-3 \end{cases}$$



$\Rightarrow x<-13$

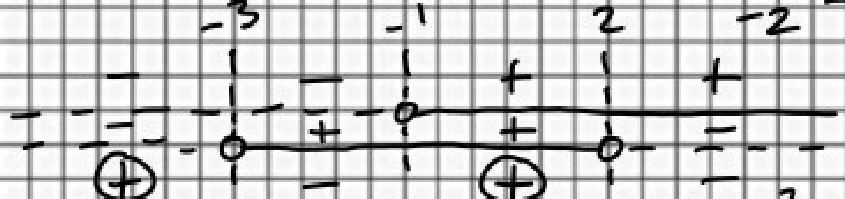
(II) $\begin{cases} -3<x<2 \\ \dfrac{3}{2-x} > \dfrac{2}{x+3} \end{cases}$ $\begin{cases} -3<x<2 \\ \dfrac{3(x+3)-2(2-x)}{2x+6-x^2-3x} > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} -3<x<2 \\ \dfrac{3x+9-4+2x}{-x^2-x+6} > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} -3<x<2 \\ \dfrac{5x+5}{-x^2-x+6} > 0 \end{cases}$

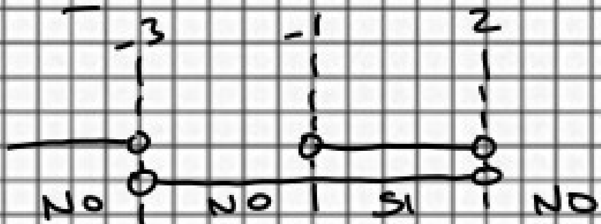
$5x+5>0 \quad 5x>-5 \quad x>-1$

$-x^2-x+6>0 \quad \Delta=(-1)^2-4(-1)(6)=1+24=25$

$x_{1,2}=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{25}}{-2}=\dfrac{1\pm5}{-2}=\left\langle \begin{array}{l} \dfrac{-4}{-2}=2 \\ \dfrac{6}{-2}=-3 \end{array}\right.$ $\quad -3<x<2$



$\begin{cases} x<-3 \cup -1<x<2 \\ -3<x<2 \end{cases}$



$-1<x<2$

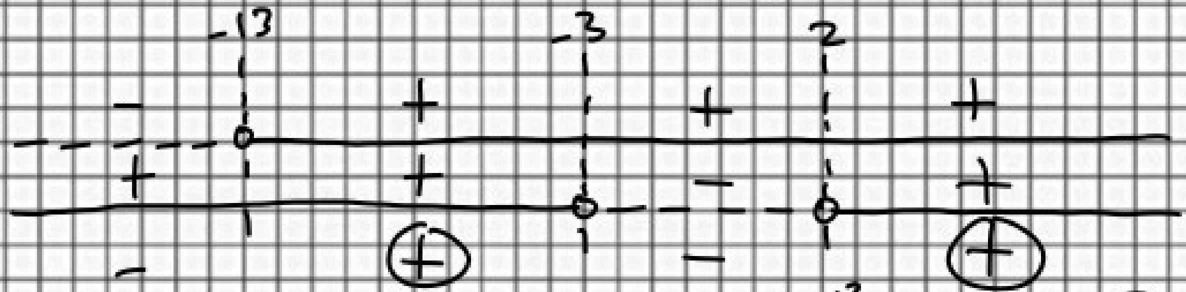
(III) $\begin{cases} x>2 \\ \dfrac{3}{x-2} > \dfrac{2}{x+3} \end{cases}$ $\begin{cases} x>2 \\ \dfrac{3(x+3)-2(x-2)}{x^2+3x-2x-6} > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x>2 \\ \dfrac{3x+9-2x+4}{x^2+x-6} > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x>2 \\ \dfrac{x+13}{x^2+x-6} > 0 \end{cases}$

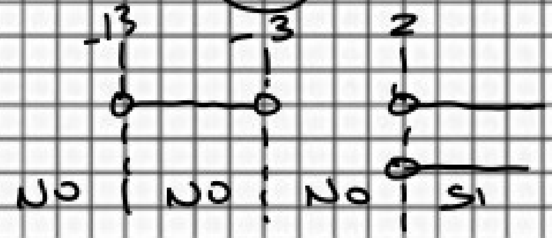
$x+13>0 \quad x>-13$

$x^2+x-6>0 \quad \Delta=(1)^2-4(-6)=1+24=25$

$$x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{25}}{2}=\frac{-1\pm5}{2}=\begin{cases}\frac{-6}{2}=-3\\[4pt]\frac{4}{2}=2\end{cases}\qquad x<-3\cup x>2$$



$$\begin{cases}-13<x<-3\ \cup\ x>2\\ x>2\end{cases}$$



$$x>2$$

QUINDI IN CONCLUSIONE LE SOLUZIONI DELLA DISEQUAZIONE INIZIALE SONO

$$x<-13\ \cup\ -1<x<2\ \cup\ x>2$$