

DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO AD UNA INCOGNITA

UNA DISEQUAZIONE DI 2° GRADO NON È ALTRO CHE UNA EQUAZIONE DI 2° GRADO NELLA QUALE ANZICHÈ COMPARIRE IL SIMBOLO DELL'UGUALE, COMPARE UNO DEI SIMBOLI DI DISEQUAGLIANZA:



MAGGIORE



MAGGIORE
O UGUALE



MINORE



MINORE
O UGUALE

CIOÈ INVECE DI UNA UGUAGLIANZA È UNA DISEQUAGLIANZA. UNA VOLTA RIDOTTA IN FORMA NORMALE, CIOÈ SVOLTE TUTTE LE OPERAZIONI COME L'ELIMINAZIONE DI EVENTUALI PARENTESI CON MOLTIPLICAZIONI E/O DIVISIONI, SPOSTAMENTI DI TERMINI DA DESTRA VERSO SINISTRA, ECCETERA..., È SCRITA QUINDI COME:

$$ax^2 + bx + c > 0$$

OPPURE

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

OPPURE

$$ax^2 + bx + c < 0$$

OPPURE

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

SI PROCEDE A RISOLVERE L'EQUAZIONE DI 2° GRADO AD ESSA ASSOCIATA, RISCRIVENDOLA CIOÈ CON IL SIMBOLO DELL'UGUALE, CIOÈ

$$ax^2 + bx + c = 0$$

DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO AD UNA INCOGNITA

A QUESTO PUNTO SAPPIAMO CHE A SECONDA DI COME SI PRESENTANO I COEFFICIENTI a , b , E c ABBIAMO:

EQUAZIONE PURA

$$b=0$$

$$ax^2+c=0$$

SOLUZIONI

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

CIOÈ

$$x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$x_2 = +\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

EQUAZIONE PURA

$$c=0$$

$$ax^2+bx=0$$

SOLUZIONI

$$x(ax+b)=0$$

CIOÈ

$$x_1=0$$

$$ax+b=0$$

$$x_2 = -\frac{b}{a}$$

EQUAZIONE COMPLETA

$$ax^2+bx+c=0$$

SOLUZIONI

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

A QUESTO PUNTO ANDIAMO A METTERE LE 2 SOLUZIONI TROVATE (x_1 E x_2) SULLA LINEA DEI NUMERI



QUINDI PER RISOLVERE LA DISEQUAZIONE DI 2° GRADO POSSIAMO SFRUTTARE IL SUO SIGNIFICATO GEOMETRICO, CIOÈ DAL CONCETTO DI PARABOLA NEL PIANO CARTESIANO, CONFRONTIAMO IL SEGNO DEL COEFFICIENTE a (POSITIVO O NEGATIVO) ED IL VERSO DELLA DISEQUAZIONE (MAGGIORE O MINORE) E NEL CASO SONO CONCORDI ALLORA SI CONSIDERANO COME SOLUZIONI GLI INTERVALLI ESTERNI, MENTRE NEL CASO SONO DISCORDI ALLORA

DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO AD UNA INCOGNITA

SI CONSIDERANO COME SOLUZIONI L'INTERVALLO INTERNO
CIOÈ:

SEGNO DI a	VERSO DISEQUAZIONE	CONFRONTO	SOLUZIONI
$+$ POSITIVO	$>$ POSITIVITÀ	CONCORDI ESTERNI	
$+$ POSITIVO	\geq POSITIVITÀ	CONCORDI ESTERNI (ESTREMI INCLUSI)	
$-$ NEGATIVO	$<$ NEGATIVITÀ	CONCORDI ESTERNI	
$-$ NEGATIVO	\leq NEGATIVITÀ	CONCORDI ESTERNI (ESTREMI INCLUSI)	
$+$ POSITIVO	$<$ NEGATIVITÀ	DISCORDI INTERNO	
$+$ POSITIVO	\leq NEGATIVITÀ	DISCORDI INTERNO (ESTREMI INCLUSI)	
$-$ NEGATIVO	$>$ POSITIVITÀ	DISCORDI INTERNO	
$-$ NEGATIVO	\geq POSITIVITÀ	DISCORDI INTERNO (ESTREMI INCLUSI)	

VEDIAMO ALCUNI ESEMPI:

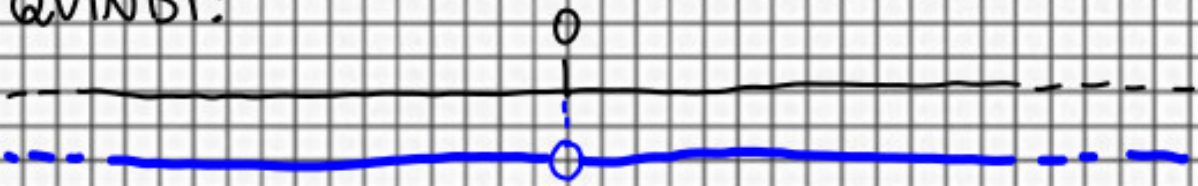
DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO AD UNA INCOGNITA

1) $x^2 > 0 \Rightarrow x^2 = 0$
RISOLVENDO L'EQUAZIONE SI HA OME SOLUZIONI

$a = 1 > 0$ + $x_{1,2} = 0$ VERSO $>$ POSITIVITÀ

CONCORDI

QUINDI:



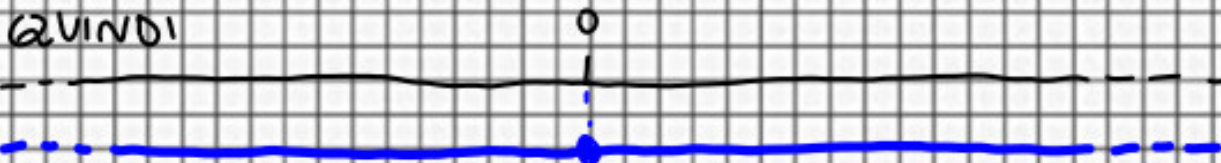
CIOÈ

$x \neq 0$

2) $x^2 \geq 0$ $x_{1,2} = 0$

$a > 0$ + VERSO \geq POSITIVITÀ

QUINDI



CIOÈ

$\forall x \in \mathbb{R}$

3) $-5x^2 - 1 > 0 \Rightarrow -5x^2 - 1 = 0$

$5x^2 = -1$

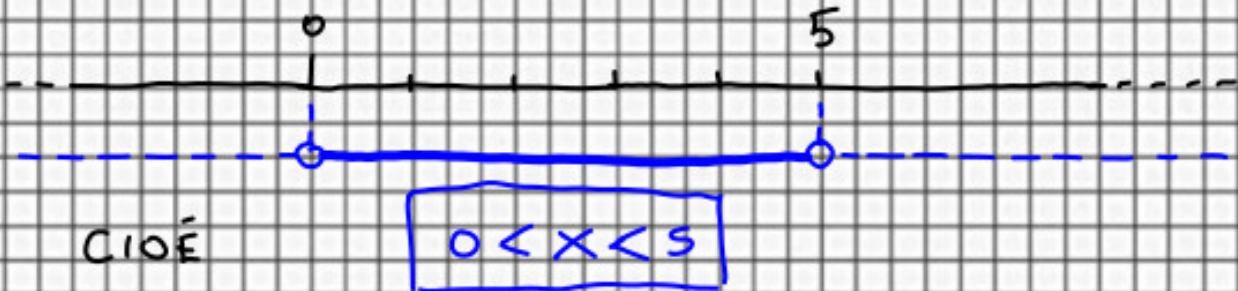
$x^2 = -\frac{1}{5}$

$x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{1}{5}}$

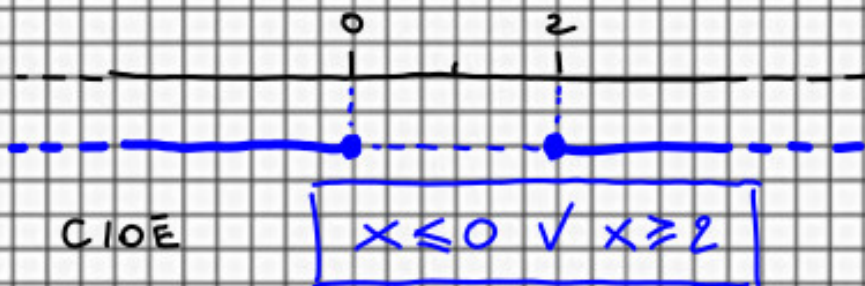
IMPOSSIBILE

DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO AD UNA INCOGNITA

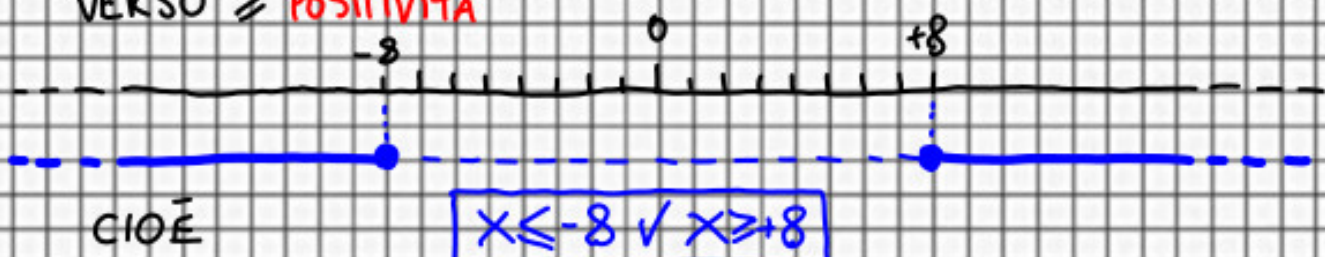
4] $x^2 - 5x < 0 \Rightarrow x^2 - 5x = 0$
 $a = 1 > 0$ +
VERSO < **NEGATIVITÀ**
 $x(x-5) = 0$
 $x_1 = 0$
 $x - 5 = 0$
 $x_2 = 5$



5] $2x - x^2 \leq 0$
 $-x^2 + 2x \leq 0 \Rightarrow -x^2 + 2x = 0$
 $a = -1 < 0$ -
VERSO \leq **NEGATIVITÀ**
 $x(-x+2) = 0$
 $x_1 = 0$
 $-x+2 = 0$
 $x_2 = 2$



6] $x^2 - 64 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 64 = 0$
 $a > 0$ +
VERSO \geq **POSITIVITÀ**
 $x_{1,2} = \pm \sqrt{64} = \pm 8$



DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO AD UNA INCOGNITA

$$7] \quad 5 - 2(x+1)^2 > 8x + 13$$

$$5 - 2(x^2 + 2x + 1) > 8x + 13$$

$$5 - 2x^2 - 4x - 2 > 8x + 13$$

$$5 - 2x^2 - 4x - 2 - 8x - 13 > 0$$

$$\underline{-2x^2 - 12x - 10 > 0} \Rightarrow -2x^2 - 4x - 10 = 0$$

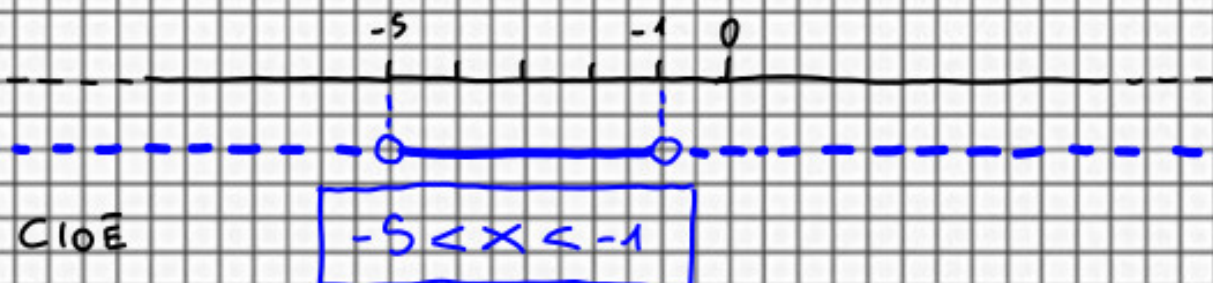
$$a = -2 \quad b = -12 \quad c = -10$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4(-2)(-10) = 144 - 80 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-12) \pm \sqrt{64}}{2(-2)} = \frac{12 \pm 8}{-4}$$

$$x_{1,2} = \begin{cases} \frac{12-8}{-4} = \frac{4}{-4} = -1 \\ \frac{12+8}{-4} = \frac{20}{-4} = -5 \end{cases}$$

$a = -2 < 0$ — VERSO > POSITIVITÀ



$$8] \quad x^2 + 4x - 21 > 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 21 = 0$$

$$a = 1 \quad b = 4 \quad c = -21$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(1)(-21) = 16 + 84 = 100$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{-4 \pm 10}{2} = \begin{cases} \frac{-4-10}{2} = -7 \\ \frac{-4+10}{2} = +3 \end{cases}$$

$a > 0$ + VERSO > POSITIVITÀ

