

# DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO AD UNA INCOGNITA

UNA DISEQUAZIONE DI 2° GRADO NON È ALTRO CHE UNA EQUAZIONE DI 2° GRADO NELLA QUALE ANZICHÈ COMPARIRE IL SIMBOLO DELL'UGUALE, COMPARE UNO DEI SIMBOLI DI DISEQUAGLIANZA:



MAGGIORE



MAGGIORE  
O UGUALE



MINORE



MINORE  
O UGUALE

CIOÈ INVECE DI UNA UGUAGLIANZA È UNA DISEQUAGLIANZA. UNA VOLTA RIDOTTA IN FORMA NORMALE, CIOÈ SVOLTE TUTTE LE OPERAZIONI COME L'ELIMINAZIONE DI EVENTUALI PARENTESI CON MOLTIPLICAZIONI E/O DIVISIONI, SPOSTAMENTI DI TERMINI DA DESTRA VERSO SINISTRA, ECCETERA..., È SCRITA QUINDI COME:

$$ax^2 + bx + c > 0$$

OPPURE

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

OPPURE

$$ax^2 + bx + c < 0$$

OPPURE

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

SI PROCEDE A RISOLVERE L'EQUAZIONE DI 2° GRADO AD ESSA ASSOCIATA, RISCRIVENDOLA CIOÈ CON IL SIMBOLO DELL'UGUALE, CIOÈ

$$ax^2 + bx + c = 0$$

# DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO AD UNA INCOGNITA

A QUESTO PUNTO SAPPIAMO CHE A SECONDA DI COME SI PRESENTANO I COEFFICIENTI  $a$ ,  $b$ , E  $c$  ABBIAMO:

EQUAZIONE PURA

$$b=0$$

$$ax^2+c=0$$

SOLUZIONI

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

CIOÈ

$$x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$x_2 = +\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

EQUAZIONE PURA

$$c=0$$

$$ax^2+bx=0$$

SOLUZIONI

$$x(ax+b)=0$$

CIOÈ

$$x_1=0$$

$$ax+b=0$$

$$x_2 = -\frac{b}{a}$$

EQUAZIONE COMPLETA

$$ax^2+bx+c=0$$

SOLUZIONI

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

A QUESTO PUNTO ANDIAMO A METTERE LE 2 SOLUZIONI TROVATE ( $x_1$  E  $x_2$ ) SULLA LINEA DEI NUMERI



QUINDI PER RISOLVERE LA DISEQUAZIONE DI 2° GRADO POSSIAMO SFRUTTARE IL SUO SIGNIFICATO GEOMETRICO, CIOÈ DAL CONCETTO DI PARABOLA NEL PIANO CARTESIANO, CONFRONTIAMO IL SEGNO DEL COEFFICIENTE  $a$  (POSITIVO O NEGATIVO) ED IL VERSO DELLA DISEQUAZIONE (MAGGIORE O MINORE) E NEL CASO SONO CONCORDI ALLORA SI CONSIDERANO COME SOLUZIONI GLI INTERVALLI ESTERNI, MENTRE NEL CASO SONO DISCORDI ALLORA

# DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO AD UNA INCOGNITA

SI CONSIDERANO COME SOLUZIONI L'INTERVALLO INTERNO  
CIOÈ:

SEGNO DI $a$	VERSO DISEQUAZIONE	CONFRONTO	SOLUZIONI
$+$ POSITIVO	$>$ POSITIVITÀ	CONCORDI ESTERNI	
$+$ POSITIVO	$\geq$ POSITIVITÀ	CONCORDI ESTERNI (ESTREMI INCLUSI)	
$-$ NEGATIVO	$<$ NEGATIVITÀ	CONCORDI ESTERNI	
$-$ NEGATIVO	$\leq$ NEGATIVITÀ	CONCORDI ESTERNI (ESTREMI INCLUSI)	
$+$ POSITIVO	$<$ NEGATIVITÀ	DISCORDI INTERNO	
$+$ POSITIVO	$\leq$ NEGATIVITÀ	DISCORDI INTERNO (ESTREMI INCLUSI)	
$-$ NEGATIVO	$>$ POSITIVITÀ	DISCORDI INTERNO	
$-$ NEGATIVO	$\geq$ POSITIVITÀ	DISCORDI INTERNO (ESTREMI INCLUSI)	

VEDIAMO ALCUNI ESEMPI:

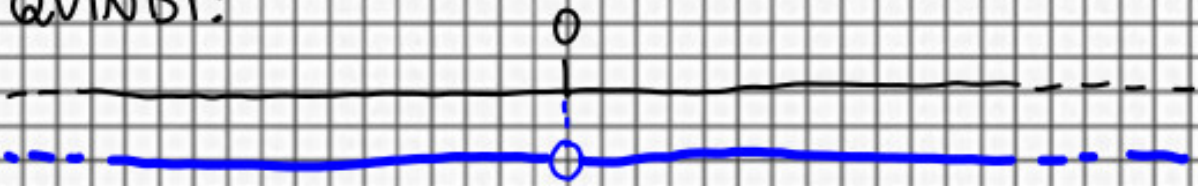
# DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO AD UNA INCOGNITA

1)  $x^2 > 0 \Rightarrow x^2 = 0$   
RISOLVENDO L'EQUAZIONE SI HA OME SOLUZIONI

$a = 1 > 0$  +       $x_{1,2} = 0$       VERSO  $>$  POSITIVITÀ

CONCORDI

QUINDI:



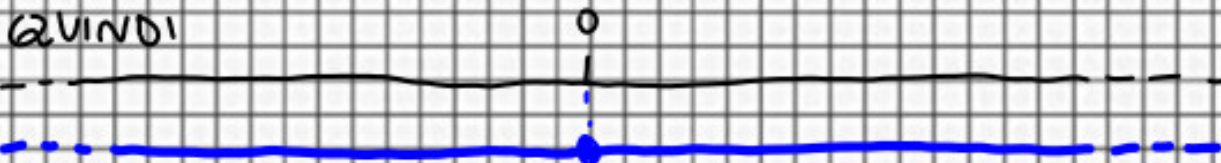
CIOÈ

$x \neq 0$

2)  $x^2 \geq 0$        $x_{1,2} = 0$

$a > 0$  +      VERSO  $\geq$  POSITIVITÀ

QUINDI



CIOÈ

$\forall x \in \mathbb{R}$

3)  $-5x^2 - 1 > 0 \Rightarrow -5x^2 - 1 = 0$

$5x^2 = -1$

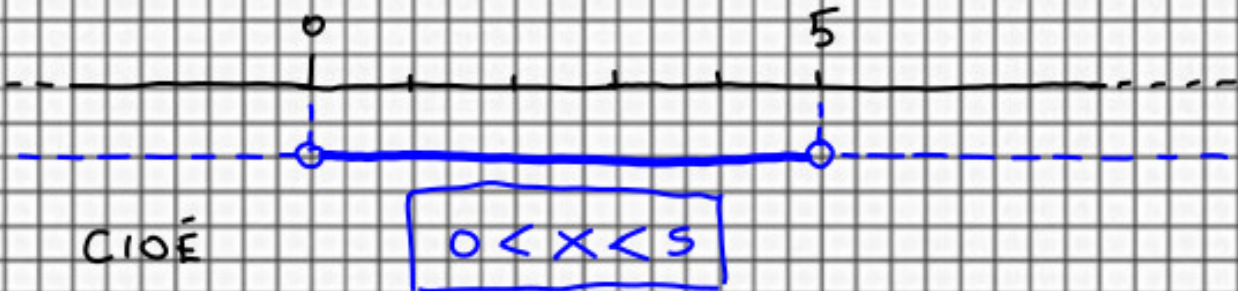
$x^2 = -\frac{1}{5}$

$x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{1}{5}}$

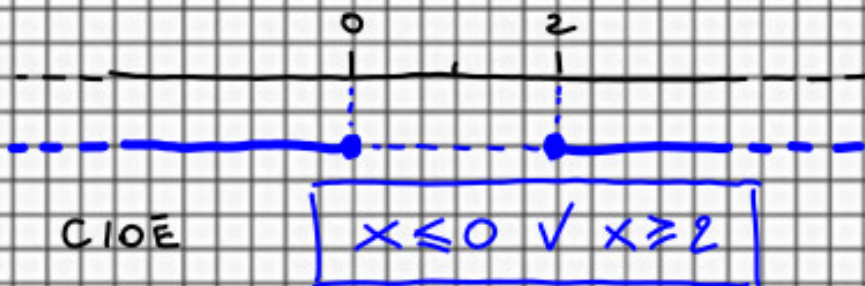
IMPOSSIBILE

# DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO AD UNA INCOGNITA

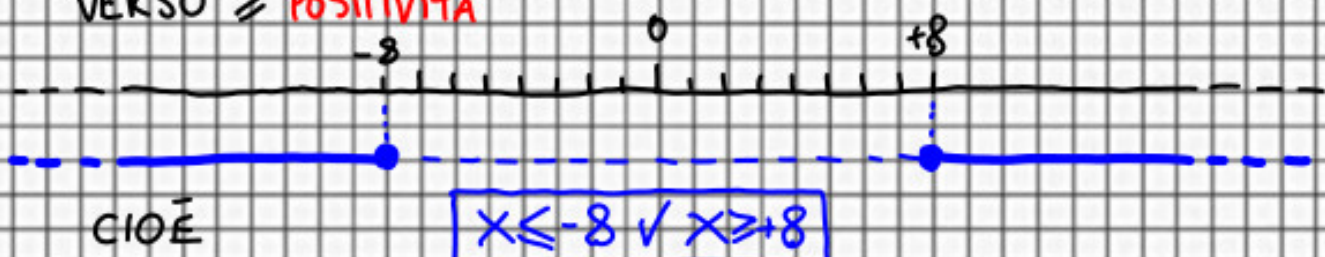
4]  $x^2 - 5x < 0 \Rightarrow x^2 - 5x = 0$   
 $a = 1 > 0$  +  
VERSO < **NEGATIVITÀ**  
 $x(x - 5) = 0$   
 $x_1 = 0$   
 $x - 5 = 0$   
 $x_2 = 5$



5]  $2x - x^2 \leq 0$   
 $-x^2 + 2x \leq 0 \Rightarrow -x^2 + 2x = 0$   
 $a = -1 < 0$  -  
VERSO  $\leq$  **NEGATIVITÀ**  
 $x(-x + 2) = 0$   
 $x_1 = 0$   
 $-x + 2 = 0$   
 $x_2 = 2$



6]  $x^2 - 64 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 64 = 0$   
 $a > 0$  +  
VERSO  $\geq$  **POSITIVITÀ**  
 $x_{1,2} = \pm \sqrt{64} = \pm 8$



# DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO AD UNA INCOGNITA

$$7] \quad 5 - 2(x+1)^2 > 8x + 13$$

$$5 - 2(x^2 + 2x + 1) > 8x + 13$$

$$5 - 2x^2 - 4x - 2 > 8x + 13$$

$$5 - 2x^2 - 4x - 2 - 8x - 13 > 0$$

$$\underline{-2x^2 - 12x - 10 > 0} \Rightarrow -2x^2 - 4x - 10 = 0$$

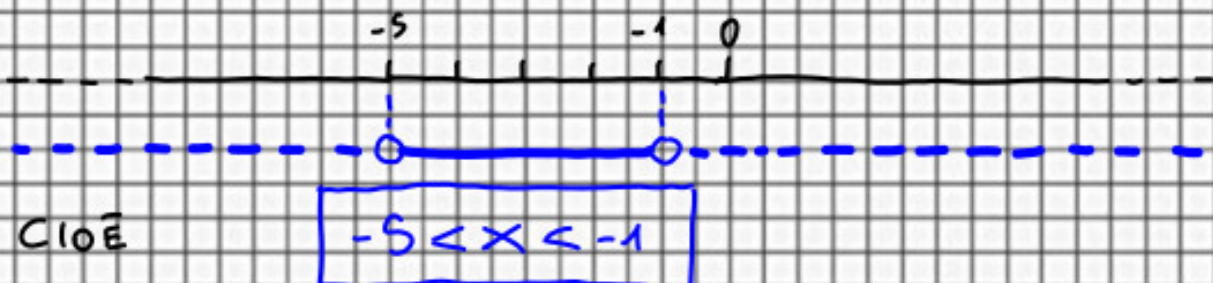
$$a = -2 \quad b = -12 \quad c = -10$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4(-2)(-10) = 144 - 80 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-12) \pm \sqrt{64}}{2(-2)} = \frac{12 \pm 8}{-4}$$

$$x_{1,2} = \begin{cases} \frac{12-8}{-4} = \frac{4}{-4} = -1 \\ \frac{12+8}{-4} = \frac{20}{-4} = -5 \end{cases}$$

$a = -2 < 0$  — VERSO  $>$  POSITIVITÀ



$$8] \quad x^2 + 4x - 21 > 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 21 = 0$$

$$a = 1 \quad b = 4 \quad c = -21$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(1)(-21) = 16 + 84 = 100$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{-4 \pm 10}{2} = \begin{cases} \frac{-4-10}{2} = -7 \\ \frac{-4+10}{2} = +3 \end{cases}$$

$a > 0$  + VERSO  $>$  POSITIVITÀ

