

EQUAZIONI ESPONENZIALI

SI DICONO EQUAZIONI ESPONENZIALI, QUELLE EQUAZIONI IN CUI L'INCOGNITA FIGURA ALL'ESPONENTE DI QUALCHE POTENZA.

SI CHIAMA **FORMA CANONICA** DELLE EQUAZIONI ESPONENZIALI L'UGUAGLIANZA:

$$a^{f(x)} = a^{g(x)}$$

DOVE $a > 0$ E $a \neq 1$

ED $f(x)$ E $g(x)$ SONO ESPRESSIONI IN " x ", CHE È UN NUMERO REALE QUALSIASI.

DALLA FORMA CANONICA, SAPENDO CHE 2 POTENZE CON UGUALE BASE SONO UGUALI SE E SOLO SE SONO UGUALI GLI ESPONENTI, ALLORA

$$a^{f(x)} = a^{g(x)}$$

È VERA SE E SOLO SE

$$f(x) = g(x)$$

DALLA QUALE RISOLVENDO IN x , SI TROVA LA O LE SOLUZIONI CHE RISOLVONO L'EQUAZIONE ESPONENZIALE DI PARTEZZA.

ESEMPI

1) RISOLVIAMO L'EQUAZIONE ESPONENZIALE:

$$3^x = 9$$

LA SI PORTA IN FORMA CANONICA:

$$3^x = 3^2$$

EQUAZIONI ESPONENZIALI

E SI EQUAGLIANO GLI ESPONENTI:

$$x = 2$$

E SI TROVA, IN QUESTO CASO, L'UNICA SOLUZIONE.

2) RISOLVERE L'EQUAZIONE

$$4^x = 8$$

SI PORTA IN FORMA CANONICA

$$2^{2x} = 2^3$$

E SI EQUAGLIANO GLI ESPONENTI:

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

3) $\left(\frac{1}{10}\right)^{4x} = 1000 \cdot 10^{1-x}$

$$10^{-4x} = 10^3 \cdot 10^{1-x}$$

$$10^{-4x} = 10^{3+1-x}$$

$$10^{-4x} = 10^{4-x}$$

$$-4x = 4 - x$$

$$4x - x = -4$$

$$3x = -4$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

4) $4^x - 2^{2x+1} = 2^{2x-1} - 6$

$$4^x - 2^{2x+1} - 2^{2x-1} = -6$$

PER LE PROPRIETA' DELLE POTENZE

EQUAZIONI ESPONENZIALI

3

$$4^x - 2^{2x} \cdot 2^1 - 2^{2x} \cdot 2^{-1} = -6$$
$$\underline{2^{2x}} - \underline{2^{2x}} \cdot 2 - \underline{2^{2x}} \cdot \underline{\left(\frac{1}{2}\right)} = -6$$
$$\underline{2^{2x}} \left(1 - 2 - \frac{1}{2}\right) = -6$$
$$2^{2x} \left(-\frac{3}{2}\right) = -6$$
$$2^{2x} = -6 \left(-\frac{2}{3}\right)$$
$$2^{2x} = 2^2$$
$$2x = 2$$
$$\underline{x = \frac{2}{2} = 1}$$

5) $9^x = 6 + 3^x$

$$(3^2)^x - 3^x = 6$$

SI PONE $\underline{z = 3^x}$ DA CUI $z^2 = (3^x)^2 = (3^2)^x$ COSÌ

$$z^2 - z = 6$$

$$z^2 - z - 6 = 0 \quad \Delta = 1 + 4 \cdot 6 = 25 \quad z_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \begin{cases} z_1 = -2 \\ z_2 = 3 \end{cases}$$

RICORDANDO CHE ABBIAMO POSTO

$$\underline{z = 3^x}$$

ALLORA

$\underline{-2} = 3^x$ IMPOSSIBILE PERCHÉ COME SAPPIAMO CHE LA FUNZIONE ESPONENZIALE RESTITUISCE SEMPRE UN NUMERO REALE POSITIVO E NON POTRÀ MAI ESSERE -2

E

$$\underline{3} = 3^x$$

$\underline{x = 1}$ UNICA SOLUZIONE

EQUAZIONI ESPONENZIALI

$$6) \quad 2^{\sqrt{x}+2} + 2^{2-\sqrt{x}} = 17$$

$$2^{\sqrt{x}} \cdot 2^2 + 2^2 \cdot 2^{-\sqrt{x}} = 17$$

PONIAMO $2^{\sqrt{x}} = z$ SI HA:

$$z \cdot 2^2 + 2^2 \cdot \frac{1}{z} = 17$$

$$4z + \frac{4}{z} = 17$$

$$\frac{4z^2 + 4 - 17z}{z} = 0$$

$$4z^2 - 17z + 4 = 0 \quad \Delta = 289 - 4 \cdot 4 \cdot 4 = 225$$

$$z_{1,2} = \frac{17 \pm \sqrt{225}}{2 \cdot 4} = \frac{17 \pm \sqrt{5^2 \cdot 3^2}}{8} = \frac{17 \pm 5 \cdot 3}{8} = \frac{17 \pm 15}{8}$$

$$z_{1,2} = \begin{cases} z_1 = \frac{1}{4} \\ z_2 = 4 \end{cases}$$

RICORDANDO CHE $2^{\sqrt{x}} = z$, ALLORA

$$2^{\sqrt{x}} = \frac{1}{4}$$

$$2^{\sqrt{x}} = 2^{-2}$$

$\sqrt{x} = -2$ IMPOSSIBILE X LA DEFINIZIONE DI RADICALE

E $2^{\sqrt{x}} = 4$

$$2^{\sqrt{x}} = 2^2$$

$$\sqrt{x} = 2 \Rightarrow (\sqrt{x})^2 = 2^2 \Rightarrow x = 4 \quad \text{UNICA SOLUZIONE}$$

EQUAZIONI ESPONENZIALI

$$7) \frac{2^{x+2}}{3} = 3^{x+1}$$

$$\frac{2^x \cdot 2^2}{3} = 3^x \cdot 3^1 \Rightarrow \cancel{3} \cdot \frac{2^x \cdot 4}{\cancel{3}} = 3 \cdot 3^1 \cdot 3^x$$

$$\Rightarrow 4 \cdot 2^x = 9 \cdot 3^x \Rightarrow 2^x = \frac{9}{4} \cdot 3^x \Rightarrow \frac{2^x}{3^x} = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{3^2}{2^2} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = -2}$$

$$8) \frac{2^{x+3}}{3} = 64 \cdot 3^{x-3}$$

$$2^{x+3} = 2^6 \cdot 3^{x-3} \Rightarrow \frac{2^{x+3}}{2^6} = 3^{x-3}$$

$$\Rightarrow 2^{x+3-6} = 3^{x-3} \Rightarrow 2^{x-3} = 3^{x-3}$$

$$\Rightarrow \frac{2^{x-3}}{3^{x-3}} = \frac{\cancel{3^{x-3}}}{\cancel{3^{x-3}}} \Rightarrow \frac{2^{x-3}}{3^{x-3}} = 1 \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{x-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^0$$

$$\Rightarrow x-3=0$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 3}$$