EQUAZIONI DI 1° GRADO

1

EQUAZIONI DI 1° GRADO AD UNA INCOGNITA

PER RISOLVERE UNA EQUAZIONE DI 1° GRADO AD UNA INCOGNITA SI SFRUTTANO IL PRIMO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA E/O IL SECONDO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA PER RIDURLA IN FORMA NORMALE.

NELLO SVOLGIMENTO BISOGNA RISPETTARE IL SEGUENTE ORDINE:

i) SI SVOLGONO I CALCOLI PRIMA NELLE PARENTESI TONDE, POI NELLE QUADRE ED INFINE NELLE GRAFFE;

ii) SI SVOLGONO PRIMA LE OPERAZIONI DI MOLTIPLICAZIONE E/O DIVISIONE E POI QUELLE DI SOMMA E/O SOTTRAZIONE;

TROVATA LA SOLUZIONE LA SI VERIFICA SOSTITUENDOLA NELL'EQUAZIONE.

ESEMPI:

1) $5x-3=2(x-1)+5$

1 SI TOGLIE LA PARENTESI TONDA SVOLGENDO LA MOLTIPLICAZIONE

$5x-3=2x-2+5$

2 REGOLA DEL TRASPORTO (1° PRINCIPIO DI EQUIVALENZA), TUTTE LE INCOGNITE (x) A SINISTRA E TUTTI I NUMERI A DESTRA DELL'UGUALE.

$5x-2x=+3-2+5$

3 SOMMA DI MONOMI SIMILI AL 1° MEMBRO

$3x=6$

4 DIVIDIAMO ENTRAMBI I MEMBRI PER 3 (2° PRINCIPIO DI EQUIVALENZA)

$\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}}=\frac{\cancel{6}^{2}}{\cancel{3}}$

SI SEMPLIFICA

$\boxed{x=2}$

SOLUZIONE

VERIFICA:

$5\cdot(2)-3=2(2-1)+5$

x x

$10-3=2+5$

$\boxed{7=7}$

VERA

EQUAZIONI DI 1° GRADO

2) $5x+2(x+1)-3x=4x-3+x$

$5x+2x+2-3x=4x-3+x$

$5x+2x-3x-4x-x=-2-3$

$-x=-5$

$\boxed{x=5}$

VERIFICA:

$5\cdot5+2(5+1)-3\cdot5=4\cdot5-3+5$

$25+12-15=20-3+5$

$\boxed{22=22}$ VERA

3) $2x+5(x-6)=x+6(x+1)$

$2x+5x-30=x+6x+6$

$2x+5x-x-6x=30+6$

$\boxed{0=36}$ IMPOSSIBILE

4) $3(2x+1)=3+6x$

$\cancel{6x}+\cancel{3}=\cancel{3}+\cancel{6x}$

$\boxed{0=0}$ INDETERMINATA

5) $x-\frac{x+3}{2}-3=\frac{1-x}{3}+1$

$\frac{6x-3(x+3)-18}{\cancel{6}}=\frac{2(1-x)+6}{\cancel{6}}$

$6x-3x-9-18=2-2x+6$

$6x-3x+2x=+9+18+2+6$

$5x=35 \Rightarrow \frac{\cancel{5}x}{\cancel{5}}=\frac{\cancel{35}^{7}}{\cancel{5}} \Rightarrow \boxed{x=7}$

EQUAZIONI DI 1° GRADO

VERIFICA:

$$7-\frac{7+3}{2}-3=\frac{1-7}{3}+1$$

$$7-5-3=-2+1$$

$$\boxed{-1=-1}$$

VERA

EQUAZIONI DI 1° GRADO AD UNA INCOGNITA FRATTE

IN QUESTO CASO, VISTO CHE L'INCOGNITA COMPARE AL DENOMINATORE DI QUALCHE FRAZIONE, SI PROCEDE PER PRIMA COSA NEL DETERMINARE LE CONDIZIONI DI ESISTENZA, CIOÈ QUEI VALORI DELL'INCOGNITA CHE RENDONO UGUALE A Ø (ZERO) L'EVENTUALE DENOMINATORE CHE LA CONTIENE, ESCLUDENDOLI DI CONSEGUENZA DALLA O DALLE SOLUZIONI, PERCHÉ COME SAPPIAMO IL DENOMINATORE DI UNA FRAZIONE NON PUÒ ESSERE MAI UGUALE A Ø (ZERO).
FATTO QUESTO SI PROCEDE A LIBERARE L'EQUAZIONE DAL O DAI DENOMINATORI, MOLTIPLICANDO ENTRAMBI I MEMBRI PER IL m.c.m. DI TUTTI I DENOMINATORI PRESENTI (2° PRINCIPIO DI EQUIVALENZA DELLE EQUAZIONI).
INFINE SI SVOLGONO I DOVUTI CALCOLI PER RIDURRE L'EQUAZIONE IN FORMA NORMALE E POTERLA COSÌ RISOLVERE.
VEDIAMO ALCUNI ESEMPI

EQUAZIONI DI 1° GRADO

$\boxed{1}$ $4-\frac{5}{x}=0$

A) CONDIZIONI DI ESISTENZA C.E. $x \neq 0$

B) m.c.m. x

C) MOLTIPLICHIAMO ENTRAMBI I MEMBRI PER IL m.c.m.

$$x\left(4-\frac{5}{x}\right)=x(0)$$

COSÌ

$$4x-5=0$$

QUINDI

$$4x=5$$

$$\frac{\cancel{4}x}{\cancel{4}}=\frac{5}{4} \Rightarrow \boxed{x=\frac{5}{4}}$$

VERIFICA $4-\frac{5}{\frac{5}{4}}=0 \Rightarrow 4-\cancel{5}\cdot\frac{4}{\cancel{5}}=0 \Rightarrow \boxed{4-4=0 \text{ VERA}}$

$\boxed{2}$ $\frac{1}{x-3}=-\frac{2}{x+5}$ C.E. $x-3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3$; $x+5 \neq 0 \Rightarrow x \neq -5$

QUINDI

$$\cancel{(x-3)}(x+5)\cdot\frac{1}{\cancel{x-3}}=(x-3)\cancel{(x+5)}\left(-\frac{2}{\cancel{x+5}}\right)$$

$$x+5=(x-3)\cdot(-2)$$

$$x+5=-2x+6$$

$$x+2x=6-5$$

$$3x=1 \Rightarrow \frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}}=\frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{x=\frac{1}{3}}$$

VERIFICA $\frac{1}{\frac{1}{3}-3}=-\frac{2}{\frac{1}{3}+5} \Rightarrow \frac{1}{-\frac{8}{3}}=-\frac{2}{\frac{16}{3}} \Rightarrow 1\cdot\left(-\frac{3}{8}\right)=-\cancel{2}\left(\frac{3}{\cancel{16}}\right)$

$$\Rightarrow \boxed{-\frac{3}{8}=-\frac{3}{8} \quad \text{VERA}}$$

EQUAZIONI DI 1° GRADO

EQUAZIONI DI 1° GRADO AD UNA INCOGNITA PARAMETRICHE

OLTRE ALLE INCOGNITE COMPAIONO ALTRE LETTERE CHE NELLA RISOLUZIONE SI POSSONO CONSIDERARE COSTANTI, MA PER LE QUALI VA FATTA UNA DISCUSSIONE.

i) EQUAZIONE PARAMETRICA DI 1° GRADO CON 1 PARAMETRO

CONSIDERIAMO L'EQUAZIONE

$$\boxed{ax = 1}$$

ED OSSERVIAMO CHE SE IL PARAMETRO "a" È UGUALE A $\emptyset$, L'EQUAZIONE È IMPOSSIBILE, PERCHÉ:

$$\boxed{a=0} \Rightarrow 0 \cdot x = 1 \Rightarrow \boxed{0=1} \quad \text{IMPOSSIBILE}$$

SE INVECE:

$$\boxed{a \neq 0} \Rightarrow ax = 1 \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{a}} \quad \text{SOLUZIONE}$$

QUINDI LA DISCUSSIONE CI PORTA A DIRE CHE:

$$\boxed{ax = 1} \text{ SE } \begin{cases} \boxed{a=0} & \text{IMPOSSIBILE} \\ \boxed{a \neq 0} & \text{DETERMINATA: } \boxed{x = \frac{1}{a} \text{ SOLUZIONE}} \end{cases}$$

Perché annulla il coefficiente della X!

ESEMPIO:

$$\boxed{\frac{x-a}{x} = a}$$

$$\text{SE } \boxed{a=0} \Rightarrow \frac{x-0}{x} = 0 \Rightarrow \frac{x}{x} = 0 \Rightarrow \boxed{1=0} \quad \text{IMPOSSIBILE}$$

$$\text{SE } \boxed{a \neq 0}$$

$$\frac{x-a}{\cancel{x}} = \frac{ax}{\cancel{x}} \Rightarrow x - a = ax \Rightarrow x - ax = a \Rightarrow x(1-a) = a$$

$$\boxed{x = \frac{a}{1-a}} \begin{cases} \text{SE } \boxed{a=1} \Rightarrow \text{IMPOSSIBILE} \\ \text{SE } \boxed{a \neq 1} \Rightarrow \text{DETERMINATA E } \boxed{x = \frac{a}{1-a} \text{ SOLUZIONE}} \end{cases}$$

Perché annulla un denominatore!

VERIFICA CON $a \neq 0$ e $a \neq 1$ Altrimenti è impossibile!

$$\frac{\frac{a}{1-a} - a}{\frac{a}{1-a}} = a \Rightarrow \left(\frac{a}{1-a} - a\right) \cdot \frac{1-a}{a} = a \Rightarrow 1 - (1-a) = a \Rightarrow \boxed{a = a}$$

VERA

ii) EQUAZIONE PARAMETRICA DI 1° GRADO CON 2 PARAMETRI

CONSIDERIAMO L'EQUAZIONE

$$ax = b$$

SE $\boxed{a=0} \Rightarrow 0 \cdot x = b \Rightarrow \boxed{0=b}$ SE $\begin{cases} \boxed{b=0} & \text{INDETERMINATA} \\ \boxed{b\neq 0} & \text{IMPOSSIBILE} \end{cases}$

SE $\boxed{a\neq 0} \Rightarrow \boxed{x = \frac{b}{a}}$ Soluzione per qualsiasi valore di "b"!

QUINDI:

$$\begin{cases} \boxed{a=0} \text{ e } \boxed{b=0} & \text{INDETERMINATA} \\ \boxed{a=0} \text{ e } \boxed{b\neq 0} & \text{IMPOSSIBILE} \\ \boxed{a\neq 0} & \text{DETERMINATA E } \boxed{x=\frac{b}{a} \text{ SOLUZIONE}} \end{cases}$$

ESEMPIO:

$$\boxed{\frac{a+b+(x+3)^2}{x^2+8} - 1 = \frac{ab}{ab(x^2+8)}}$$

SE $\boxed{a=0 \text{ e } b=0}$

$$\frac{0+0+(x+3)^2}{x^2+8} - 1 = \boxed{\frac{0\cdot 0}{0\cdot 0\cdot(x^2+8)}}$$

IMPOSSIBILE PERCHÉ IL DENOMINATORE DI UNA FRAZIONE NON SI ANNULLA MAI

SE $\boxed{a\neq 0 \text{ e } b\neq 0}$

$$\frac{a^2b+ab^2+ab(x+3)^2}{\cancel{ab(x^2+8)}} - \frac{ab(x^2+8)}{\cancel{ab(x^2+8)}} = \frac{ab}{\cancel{ab(x^2+8)}}$$

$$a^2b+ab^2+\cancel{abx^2}+6abx+9ab-\cancel{abx^2}-8ab=ab$$

$$6abx = -a^2b-ab^2-\cancel{9ab}+\cancel{8ab+ab}$$

$$6x = \frac{-a^2b-ab^2}{ab} = -a-b = -(a+b)$$

$$\boxed{x = -\frac{a+b}{6}}$$ SOLUZIONE

LA VERIFICA LA LASCIO AL LETTORE.

ESERCIZI DI RIEPILOGO

1) $5-\left[-(x-1)-5(2x-1)\right]=2+x+(2x-3)$

$$5-\left[-x+1-10x+\underline{5}\right]=2+x+2x-3$$

$$5-\left[-11x+\underline{6}\right]=3x-1$$

$$5+11x-6=3x-1$$

$$11x-3x=-5+6-1$$

$$8x=0$$

$$\boxed{x=0}$$

VERIFICA:

$$5-\left[-(0-1)-5(2\cdot 0-1)\right]=2+0+(2\cdot 0-3)$$

$$5-[6]=2-3$$

$$\boxed{-1=-1 \quad \text{VERA}}$$

2) $\dfrac{x}{60}+\dfrac{2}{15}(3x-1)+\dfrac{2x-1}{10}=\dfrac{3x+1}{3}-9$

$$\frac{x+8(3x-1)+6(2x-1)}{\cancel{60}}=\frac{20(3x+1)-9\cdot 60}{\cancel{60}}$$

$$x+24x-8+12x-6=60x+20-540$$

$$x+24x+12x-60x=8+6+20-540$$

$$-23x=-506$$

$$23x=506$$

$$\boxed{x=\frac{506}{23}=22}$$

VERIFICA:

$$\frac{22}{60}+\frac{2}{15}(3\cdot 22-1)+\frac{2\cdot 22-1}{10}=\frac{3\cdot 22+1}{3}-9$$

$$\frac{22}{60}+\frac{26}{3}+\frac{43}{10}=\frac{67}{3}-9 \Rightarrow \frac{22+520+258}{60}=\frac{67-27}{3} \Rightarrow \boxed{\frac{\cancel{800}^{40}}{\cancel{60}_{3}}=\frac{40}{3} \quad \text{VERA}}$$

EQUAZIONI DI 1° GRADO

3) $\dfrac{x-2}{6}=\dfrac{x-2}{2}-\dfrac{x-2}{3}$

$\dfrac{x-2}{\cancel{6}}=\dfrac{3(x-2)-2(x-2)}{\cancel{6}}$

$x-2=3x-6-2x+4$

$x-3x+2x=+2-6+4$

$\boxed{0=0}$ INDETERMINATA

4) $\dfrac{4x+1}{6}+\dfrac{1}{3}=\dfrac{2x-1}{3}$

$\dfrac{4x+1+2}{\cancel{6}}=\dfrac{2(2x-1)}{\cancel{6}}$

$4x+3=4x-2$

$4x-4x=-3-2$

$\boxed{0=-5}$ IMPOSSIBILE

5) $\dfrac{4(x-3)}{x+3}-4=\dfrac{3}{x-3}$

CONDIZIONI DI ESISTENZA

$x\neq-3$ e $x\neq 3$

Altrimenti il denominatore si annulla!

$\dfrac{4(x-3)(x-3)-4(x^2-9)}{\cancel{x^2-9}}=\dfrac{3(x+3)}{\cancel{x^2-9}}$

DAI PRODOTTI NOTEVOLI SOMMA PER DIFFERENZA

$(x+3)(x-3)=x^2-9$

$(4x-12)(x-3)-4x^2+36=3x+9$

$\cancel{4x^2}-12x-12x+36-\cancel{4x^2}+36=3x+9$

$-24x-3x=-72+9$

$-27x=-63$

$27x=63 \Rightarrow \boxed{x=\dfrac{\cancel{63}}{\cancel{27}}=\dfrac{7}{3}}$

VERIFICA:

$\dfrac{4\left(\frac{7}{3}-3\right)}{\frac{7}{3}+3}-4=\dfrac{3}{\frac{7}{3}-3} \Rightarrow \dfrac{4\left(-\frac{2}{3}\right)}{\frac{16}{3}}-4=\dfrac{3}{-\frac{2}{3}}$