

# EQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

SONO QUELLE EQUAZIONI CHE COINVOLGONO LE CLASSICHE OPERAZIONI TRA POLINOMI O TRA FRAZIONI ALGEBRICHE NELLE QUALI L'INCOGNITA È PRESENTE ALL'INTERNO DI ALMENO UN MODULO. SI DISTINGUONO DIVERSI CASI PER I QUALI SI POSSONO CONSIDERARE DIVERSE FORME NORMALI, CIOÈ DIVERSE FORME BASE IN CUI SI POSSONO RISCRIVERE LE EQUAZIONI.

**A** EQUAZIONE CON UN VALORE ASSOLUTO ED UN TERMINE NOTO COSTANTE

$$|A(x)| = c$$

DOVE  $A(x)$  È UN QUALSIASI POLINOMIO MENTRE  $c \in \mathbb{R}$  È UNA COSTANTE (UN NUMERO).

**SE  $c > 0$**

PER RISOLVERE L'EQUAZIONE, L'INSIEME DELLE SOLUZIONI SARÀ DATO DA

$$A(x) = c \cup A(x) = -c$$

**SE  $c = 0$**

SI RISOLVE L'EQUAZIONE EQUIVALENTE

$$A(x) = 0$$

**SE  $c < 0$**

NON AMMETTE SOLUZIONI PERCHÈ UN TERMINE NON NEGATIVO ( $|A(x)|$ ) NON POTRÀ MAI ESSERE UGUALE AD UN TERMINE NEGATIVO ( $-c$ ).

# EQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

## ESEMPI

$$1) |x+8|=2$$

$$x+8=2$$

$$\Rightarrow x=-6$$

$$x+8=-2$$

$$\Rightarrow x=-10$$

$$2) \left| \frac{3x+2}{5} \right| = 0$$

$$\frac{3x+2}{5} = 0$$

$$\Rightarrow 3x+2=0 \Rightarrow 3x=-2 \Rightarrow x=-\frac{2}{3}$$

$$3) |x+8|=-2$$

IMPOSSIBILE

B

EQUAZIONE CON 2 VALORI ASSOLUTI

$$|A(x)| = |B(x)|$$

DOVE  $A(x)$  E  $B(x)$  SONO 2 QUALSIASI POLINOMI,  
ESSENDO ENTRAMBI I MEMBRI IN VALORE ASSOLUTO  
ALLORA SONO ENTRAMBI MAGGIORI O UGUALI A ZERO,  
DI CONSEGUENZA L'INSIEME DELLE SOLUZIONI  
SARÀ DATO DA

$$A(x)=B(x) \cup A(x)=-B(x)$$

## ESEMPIO

$$|x+3|=|2x|$$

$$x+3=2x$$

$$\Rightarrow 2x-x=3 \Rightarrow x=3$$

$$x+3=-2x$$

$$\Rightarrow 2x+x=-3 \Rightarrow 3x=-3 \Rightarrow x=-1$$

$$x=3$$

$$x=-1$$

# EQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

## C EQUAZIONE CON UN VALORE ASSOLUTO ED UN TERMINE NOTO VARIABILE

$$|A(x)| = B(x)$$

RICORDANDO LA DEFINIZIONE DEL MODULO (O VALORE ASSOLUTO) IN QUESTO CASO L'INSIEME DELLE SOLUZIONI SARÀ DATO DALLA RISOLUZIONE DI 2 SISTEMI

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) = B(x) \end{cases} \cup \begin{cases} A(x) < 0 \\ -A(x) = B(x) \end{cases}$$

### ESEMPIO

$$|x^2 - 4| = x + 2$$

$$\begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 \\ x^2 - 4 = x + 2 \end{cases} \cup \begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ -(x^2 - 4) = x + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x^2 - x - 4 - 2 = 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ -x^2 - x + 4 - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 - x - 6 = 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{1,2} = \pm\sqrt{4} = \pm 2 \\ x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} \end{cases} \cup \begin{cases} x_{1,2} = \pm 2 \\ x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -2 \cup x \geq +2 \\ x = -2 \quad x = 3 \end{cases} \cup \begin{cases} -2 < x < +2 \\ x = -2 \quad x = 1 \end{cases}$$

$$x = -2 \cup x = 3 \cup x = 1$$

# EQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

## E EQUAZIONE CON 2 O PIÙ VALORI ASSOLUTI

$$|A(x)| + |B(x)| = C(x)$$

IN QUESTO CASO SI PROCEDE PER PASSI NEL MODO SEGUENTE:

a) SI STUDIA IL SEGNO DEGLI ARGOMENTI DI CIASCUN VALORE ASSOLUTO

$$A(x) \geq 0$$

$$B(x) \geq 0$$

b) SI RIPORTANO LE SOLUZIONI DELLO STUDIO DEI SEGNI SU UN GRAFICO IL QUALE POTRÀ ESSERE LETTO VERTICALMENTE PER SINGOLI INTERVALLI

c) PER OGNI SINGOLO INTERVALLO SI RISCRIVE L'EQUAZIONE ELIMINANDO I MODULI PONENDO ESPLICITAMENTE I SEGNI DEI RISPETTIVI ARGOMENTI IN BASE ALLA DEFINIZIONE DI MODULO.

d) SI UNISCONO TUTTE LE SOLUZIONI ACCETTABILI TROVATE OTTENENDO L'INSIEME DELLE SOLUZIONI DELLA EQUAZIONE DI PARTENZA.

## ESEMPIO

$$2|x-1| = x - \frac{1}{3} + |2-x|$$

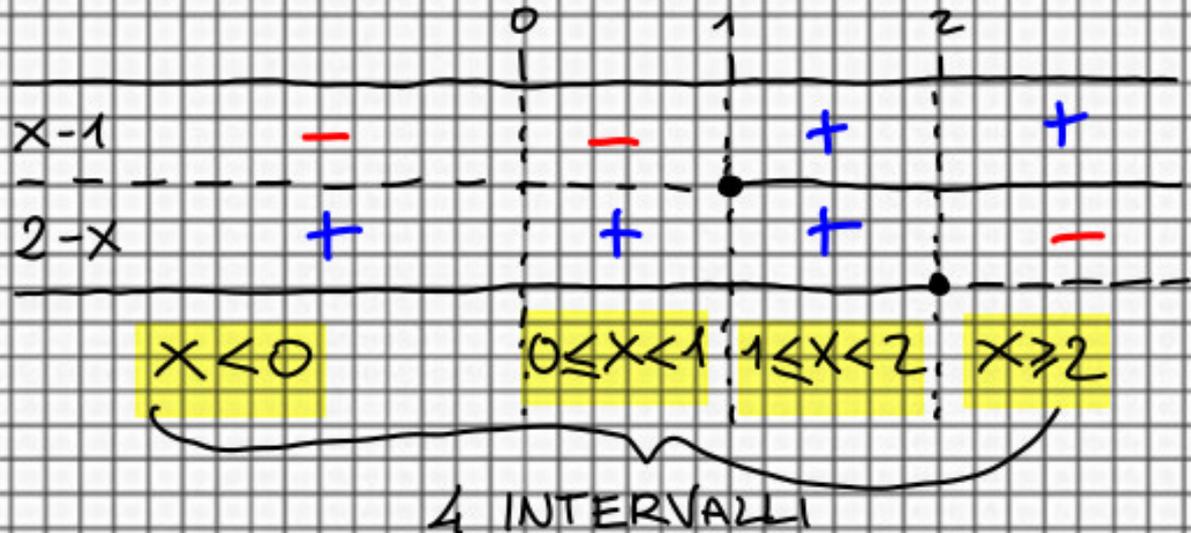
a) SEGNO DEGLI ARGOMENTI

$$x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$$

$$2-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2$$

# EQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

b) DISEGNATO IL GRAFICO DEI SEGNI



c) RISCRIVIAMO E RISOLVIAMO L'EQUAZIONE PER OGNI SINGOLO INTERVALLO ELIMINANDO I MODULI ESPLICITANDO I SEGNI DEI RISPETTIVI ARGOMENTI:

I] SE  $x < 0 \Rightarrow |x-1| = -(x-1) = -x+1 = 1-x$   
 $|2-x| = +(2-x) = 2-x$

COSÌ L'EQUAZIONE SARÀ

$$2(1-x) = x - \frac{1}{3} + (2-x)$$

$$\cancel{2} - 2x = \cancel{x} - \frac{1}{3} + \cancel{2} - x$$

$$2x = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{6} \quad \text{NON ACCETTABILE PERCHÉ NON RISPETTA LA CONDIZIONE } x < 0$$

II] SE  $0 \leq x < 1 \Rightarrow |x-1| = -(x-1) = 1-x$   
 $|2-x| = +(2-x) = 2-x$

COSÌ

$$2(1-x) = x - \frac{1}{3} + (2-x) \Rightarrow x = \frac{1}{6}$$

**NOTA:**

IN QUESTI PRIMI 2 INTERVALLI, COME SI VEDE DAL

## EQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

GRAFICO, GLI ARGOMENTI MANTENGONO IL SEGNO INVARIATO, QUINDI SAREBBE STATO PIÙ OPPORTUNO CONSIDERARE IL SOLO INTERVALLO  $x < 1$ , RIDUCENDO SEMPLICEMENTE IL LAVORO, MA COMUNQUE PUR PROCEDENDO CON I 2 INTERVALLI NON SI È COMMESSO ALCUN ERRORE.

$$\text{III } 1 \leq x < 2 \Rightarrow \begin{aligned} |x-1| &= +(x-1) = x-1 \\ |2-x| &= +(2-x) = 2-x \end{aligned}$$

COST

$$2(x-1) = x - \frac{1}{3} + (2-x)$$

$$2x - 2 = \cancel{x} - \frac{1}{3} + 2 - \cancel{x}$$

$$2x = 2 + 2 - \frac{1}{3}$$

$$2x = \frac{11}{3} \Rightarrow x = \frac{11}{6}$$

$$\text{IV } x \geq 2 \Rightarrow \begin{aligned} |x-1| &= +(x-1) = x-1 \\ |2-x| &= -(2-x) = x-2 \end{aligned}$$

COST

$$2(x-1) = x - \frac{1}{3} + (x-2)$$

$$\cancel{2x} - 2 = \cancel{x} - \frac{1}{3} + \cancel{x} - 2$$

$$0 = -\frac{1}{3} \quad \text{IMPOSSIBILE}$$

d) LE SOLUZIONI DELL'EQUAZIONE SONO

$$\left( \frac{1}{6}; \frac{11}{6} \right)$$

# EQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

## F EQUAZIONE CON VALORE ASSOLUTO DENTRO UN ALTRO VALORE ASSOLUTO

I CASI VISTI IN PRECEDEENZA SONO PERFETTAMENTE UTILIZZABILI ANCHE IN CASO DI MODULI INCAPSULATI, RAGIONANDO DALL'ESTERNO ALL'INTERNO (CIOÈ PRIMA I VALORI ASSOLUTI ESTERNI E POI QUELLI INTERNI), CON L'OBBIETTIVO DI RICONDURCI SEMPRE AD UNA FORMA NORMALE.

### OSSERVAZIONE:

IN QUESTI CASI PUÒ CAPITARE DI INBATTERSI IN DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO TRATTATE NEL CAPITOLO SUCCESSIVO.

## ESEMPIO

$$||x-3|+x-3|=1$$

CONSIDERANDO PER PRIMA IL MODULO PIÙ ESTERNO CI RITROVIAMO NEL CASO A, CIOÈ

$$|A(x)|=c$$

COSÌ

$$|x-3|+x-3=1 \cup |x-3|+x-3=-1$$

CIOÈ

$$|x-3|=4-x \cup |x-3|=2-x$$

A QUESTO PUNTO IN ENTRAMBE LE EQUAZIONI CI RITROVIAMO NEL CASO C, CIOÈ

$$\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-3=4-x \end{cases} \cup \begin{cases} x-3 < 0 \\ -(x-3)=4-x \end{cases} \cup \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-3=2-x \end{cases} \cup \begin{cases} x-3 < 0 \\ -(x-3)=2-x \end{cases}$$

# EQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

QUINDI

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 3 \\ 2x = 7 \end{array} \right\} \cup \left\{ \begin{array}{l} x < 3 \\ -x + 3 = 4 - x \end{array} \right\} \cup \left\{ \begin{array}{l} x \geq 3 \\ 2x = 5 \end{array} \right\} \cup \left\{ \begin{array}{l} x < 3 \\ -x + 3 = 2 - x \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 3 \\ x = \frac{7}{2} \end{array} \right\} \cup \left\{ \begin{array}{l} x < 3 \\ \text{IMPOSSIBILE} \end{array} \right\} \cup \left\{ \begin{array}{l} x \geq 3 \\ x = \frac{5}{2} \end{array} \right\} \cup \left\{ \begin{array}{l} x < 3 \\ \text{IMPOSSIBILE} \end{array} \right\}$$

$$x = \frac{7}{2} \cup \text{NESSUNA SOLUZIONE}$$

QUINDI LA SOLUZIONE DELL'EQUAZIONE È  $x = \frac{7}{2}$

## 6 EQUAZIONE FRATTA CON VALORE ASSOLUTO

ANCHE PER QUESTO TIPO DI EQUAZIONE, LE CASISTICHE VISTE IN PRECEDENZA SONO PERFETTAMENTE UTILIZZABILI, CONSIDERANDO IN OGNI FORMA NORMALE  $A(x)$  E/O  $B(x)$  COME FRAZIONI ALGEBRICHE ANZICHÈ COME SEMPLICI POLINOMI.

BISOGNERÀ STUDIARE I SEGNI DEGLI ARGOMENTI ELIMINANDO I MODULI PONEVENDONE ESPLICITAMENTE I SEGNI.

## ESEMPIO

$$\left| \frac{-x^2 + 2x}{x-1} \right| = |x|$$

C.E.  $x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$

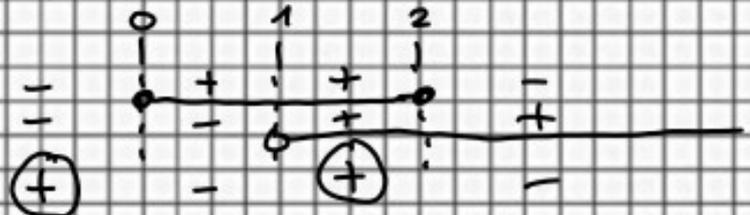
$$\frac{-x^2 + 2x}{x-1} \geq 0 \Rightarrow \frac{-x^2 + 2x}{x-1} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 2x}{x-1} \leq 0$$

$$x(x-2) = 0 \Rightarrow x=0 \quad x-2=0 \Rightarrow x=0 \quad x=2$$

$$x > 1 \Rightarrow x > 1 \Rightarrow x > 1$$

$$0 \leq x \leq 2$$

$$x > 1$$



# EQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

QUINDI

$$I) \frac{-x^2 + 2x}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0 \cup 1 < x \leq 2$$

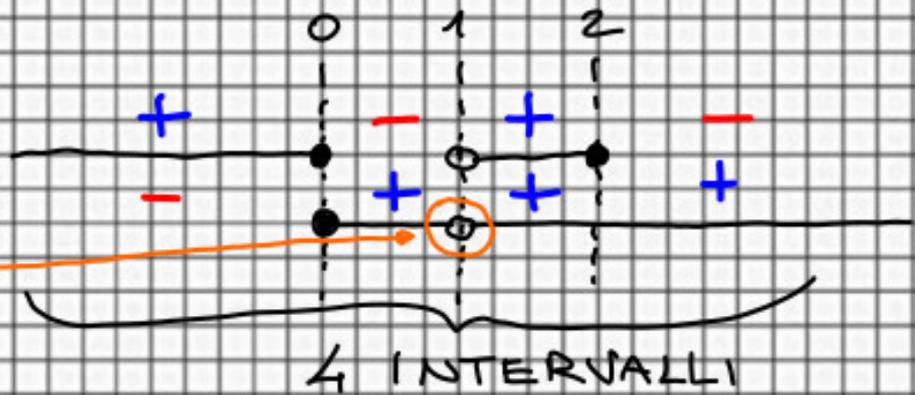
$$II) x \geq 0$$

CIOÈ

I

II

PER LE C.E.



$$x \leq 0 \quad 0 < x < 1 \quad 1 < x \leq 2 \quad x > 2$$

$$1) x \leq 0$$

$$+ \left( \frac{-x^2 + 2x}{x-1} \right) = -x \Rightarrow \cancel{(x-1)} \frac{-x^2 + 2x}{\cancel{x-1}} = -x(x-1)$$

$$\cancel{-x^2} + 2x = \cancel{-x^2} + x \Rightarrow 2x - x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$2) 0 < x < 1$$

$$- \left( \frac{-x^2 + 2x}{x-1} \right) = +x \Rightarrow \cancel{(x-1)} \frac{x^2 - 2x}{\cancel{x-1}} = x(x-1)$$

$$\cancel{x^2} - 2x = \cancel{x^2} - x \Rightarrow 2x - x = 0 \Rightarrow x = 0$$

NON ACCETTABILE IN QUESTO INTERVALLO PERCHÈ  $0 < x < 1$   
HA TROVATA COMUNQUE NELL'INTERVALLO PRECEDENTE.

$$3) 1 < x \leq 2$$

$$+ \left( \frac{-x^2 + 2x}{x-1} \right) = +x \Rightarrow \cancel{(x-1)} \frac{-x^2 + 2x}{\cancel{x-1}} = x(x-1)$$

$$-x^2 + 2x = x^2 - x \Rightarrow x^2 + x^2 - 2x - x = 0 \Rightarrow 2x^2 - 3x = 0$$

$$x(2x-3) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad 2x = 3 \Rightarrow x = 0 \cup x = \frac{3}{2}$$

NON ACCETTABILE NELL'INTERVALLO #

# EQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

$$4) x > 2$$

$$-\left(\frac{-x^2 + 2x}{x-1}\right) = +x$$

COME SI PUÒ NOTARE EQUIVALE AL 2° INTERVALLO CHE HA COME SOLUZIONE  $x=0$  NON ACCETTABILE PERCHÉ  $x > 2$

IN CONCLUSIONE LE SOLUZIONI DELL'EQUAZIONE SONO

$$x=0 \cup x=\frac{3}{2}$$

## ESERCIZI

$$1 \quad |3-x|=5$$

$$3-x=5 \Rightarrow x=3-5 \Rightarrow x=-2$$

$$3-x=-5 \Rightarrow x=3+5 \Rightarrow x=8$$

$$2 \quad |2x-1|=5$$

$$2x-1=5 \Rightarrow 2x=6 \Rightarrow x=3$$

$$2x-1=-5 \quad 2x=-4 \Rightarrow x=-2$$

$$3 \quad |5-2x|=-1$$

IMPOSSIBILE

$$4 \quad \left|\frac{x-3}{2}+1\right|=0$$

$$\frac{x-3}{2}+1=0 \Rightarrow \frac{x-3}{2}=-1 \Rightarrow \cancel{2}\left(\frac{x-3}{2}\right)=-1 \cdot (2) \Rightarrow x=+3-2$$

$$x=1$$

$$5 \quad 7-|2-x|=3$$

$$7-3=|2-x| \quad \begin{cases} 2-x=4 \Rightarrow x=2-4 \Rightarrow x=-2 \\ |2-x|=4 \Rightarrow 2-x=-4 \Rightarrow x=2+4 \Rightarrow x=6 \end{cases}$$

$$x=6$$

# EQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

6  $2 - \frac{|x+1|}{3} = \frac{1}{2} + 1$

$$2 - \frac{1}{2} - 1 = \frac{|x+1|}{3}$$

$$\frac{|x+1|}{3} = \frac{1}{2}$$

$$|x+1| = \frac{3}{2} \begin{cases} x+1 = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2} - 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \\ x+1 = -\frac{3}{2} \Rightarrow x = -\frac{3}{2} - 1 \Rightarrow x = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

7  $|3x-5| = 2x+1$

$$\begin{cases} 3x-5 \geq 0 \\ 3x-5 = 2x+1 \end{cases} \cup \begin{cases} 3x-5 < 0 \\ -(3x-5) = 2x+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x \geq 5 \\ 3x - 2x = 1 + 5 \end{cases} \cup \begin{cases} 3x < 5 \\ 2x + 3x = 5 - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq \frac{5}{3} \\ x = 6 \end{cases} \cup \begin{cases} x < \frac{5}{3} \\ 5x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{5} \end{cases}$$

$$x = 6$$

$$x = \frac{4}{5}$$

8  $|x^2-4| = 2x^2+x$

$$\begin{cases} x^2-4 \geq 0 \\ x^2-4 = 2x^2+x \end{cases} \cup \begin{cases} x^2-4 < 0 \\ -(x^2-4) = 2x^2+x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 4 \\ 2x^2 - x^2 + x + 4 = 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x^2 = 4 \\ 2x^2 + x^2 + x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{1,2} = \pm\sqrt{4} = \pm 2 \\ x^2 + x + 4 = 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x_{1,2} = \pm\sqrt{4} = \pm 2 \\ 3x^2 + x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -2 \cup x \geq 2 \\ \text{IMPOSSIBILE} \end{cases}$$

NESSUNA SOLUZIONE

$$x = 1$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{-8}{6} &= -\frac{4}{3} \\ \frac{6}{6} &= 1 \end{aligned}$$

# EQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

9  $|2x-1| = x-6$

$$\begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 2x-1 = x-6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x \geq 1 \\ 2x-x = 1-6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x = -5 \end{cases}$$

NESSUNA SOLUZIONE

$$\cup \begin{cases} 2x-1 < 0 \\ -(2x-1) = x-6 \end{cases}$$

$$\cup \begin{cases} 2x < 1 \\ 2x+x = 1+6 \end{cases}$$

$$\cup \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ 3x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{3} \end{cases}$$

NESSUNA SOLUZIONE

**IMPOSSIBILE**

10  $\left| \frac{2x-3}{5-x} \right| = 2$

**C.E.  $5-x \neq 0 \Rightarrow x \neq 5$**

$$\frac{2x-3}{5-x} = 2$$

~~$$(5-x) \frac{2x-3}{5-x} = 2(5-x)$$~~

$$2x-3 = 10-2x$$

$$2x+2x = 10+3$$

$$4x = 13$$

$$x = \frac{13}{4}$$

$$\frac{2x-3}{5-x} = -2$$

~~$$(5-x) \frac{2x-3}{5-x} = -2(5-x)$$~~

~~$$2x-3 = -10+2x$$~~

~~$$-3 = -10$$~~

**IMPOSSIBILE**

11  $\left| \frac{x+1}{x-2} + \frac{2x}{x+2} - 3 \right| = 0$

$$\frac{x+1}{x-2} + \frac{2x}{x+2} - 3 = 0$$

$$\frac{(x+2)(x+1) + (x-2)2x - 3(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = 0$$

~~$$x^2 + x + 2x + 2 + 2x^2 - 4x - 3x^2 - 6x + 6x + 12 = 0$$~~

# EQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

$$-x+14=0 \Rightarrow x=14$$

$$12 \quad 5 - \frac{|8+x|}{x} = 3$$

$$\text{C.E. } x \neq 0$$

$$5-3 = \frac{|8+x|}{x}$$

$$\frac{|8+x|}{x} = 2 \Rightarrow \cancel{x} \cdot \frac{|8+x|}{\cancel{x}} = 2 \cdot x \Rightarrow |8+x| = 2x$$

$$\begin{cases} 8+x \geq 0 \\ 8+x = 2x \end{cases} \cup \begin{cases} 8+x < 0 \\ -(8+x) = 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 8 \\ 2x - x = 8 \end{cases} \cup \begin{cases} x > 8 \\ 2x + x = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 8 \\ x = 8 \end{cases} \cup \begin{cases} x > 8 \\ 3x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{3} \end{cases}$$

$$x=8$$

NESSUNA SOLUZIONE

$$13 \quad |x^2 - 5x + 6| = |x - 3|$$

$$x^2 - 5x + 6 = x - 3 \quad \cup \quad x^2 - 5x + 6 = -(x - 3)$$

$$x^2 - 5x - x + 6 + 3 = 0 \quad \cup \quad x^2 - 5x + x + 6 - 3 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \quad \cup \quad x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4(9) = \quad \cup \quad \Delta = (-4)^2 - 4(3) =$$

$$= 36 - 36 = 0 \quad \cup \quad 16 - 12 = 4$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = \begin{cases} \frac{2}{2} = 1 \\ \frac{6}{2} = 3 \end{cases}$$

$$x=1 \cup x=3$$

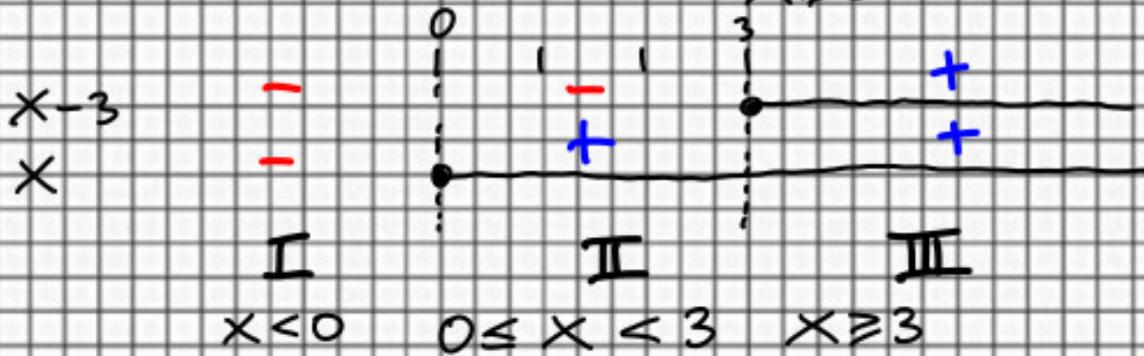
# EQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

14  $|x| - x^2 + 3 = |x-3|$

$$x^2 - 3 + |x-3| - |x| = 0$$

$$x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$$

$$x \geq 0$$



I  $x < 0$

$$x^2 - 3 - (x-3) - (-x) = 0$$

$$x^2 - \cancel{x} + \cancel{x} + 3 - 3 = 0$$

$$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ NON ACCETTABILE PERCHÉ } x < 0$$

II  $0 \leq x < 3$

$$x^2 - 3 - (x-3) - (+x) = 0$$

$$x^2 - 3 - x + 3 - x = 0$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x-2) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = +2 \end{cases}$$

III  $x \geq 3$

$$x^2 - 3 + (x-3) - (+x) = 0$$

$$x^2 - 3 + x - 3 - x = 0$$

$$x^2 - 6 = 0$$

$$x^2 = 6 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{6}$$

PERCHÉ  $-\sqrt{6} < 3$  MA  $x \geq 3$

PERCHÉ  $+\sqrt{6} < 3$  MA  $x \geq 3$

QUINDI LE SOLUZIONI DELL'EQUAZIONE SONO

$$x = 0 \quad \cup \quad x = 2$$

# EQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

$$15 \quad \frac{|x|-3}{|x+1|-5} = -3$$

C.E.  $|x+1|-5 \neq 0$

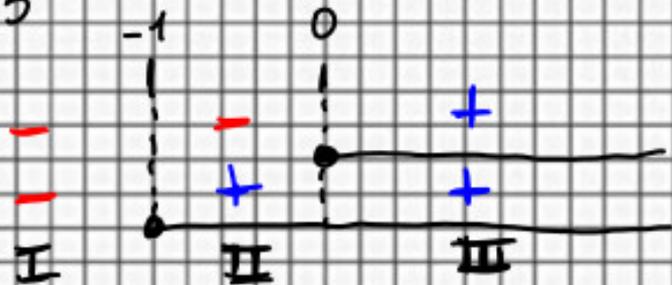
$$|x+1| \neq 5 \begin{cases} x+1 \neq 5 \Rightarrow x \neq 4 \\ x+1 \neq -5 \Rightarrow x \neq -6 \end{cases}$$

$$\cancel{(|x+1|-5)} \frac{|x|-3}{\cancel{|x+1|-5}} = -3 \cancel{(|x+1|-5)}$$

$$|x|-3 = -3|x+1|+15$$

$$x \geq 0$$

$$x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$$



I  $x < -1$   $-x-3 = -3[-(x+1)]+15$   
 $-x-3 = 3x+3+15$   
 $4x = -21 \Rightarrow x = -\frac{21}{4}$

II  $-1 \leq x < 0$   $-x-3 = -3[+(x+1)]+15$   
 $\cancel{-x-3} = \cancel{-3x-3}+15$   
 $2x = 15 \Rightarrow x = \frac{15}{2}$  PERCHÉ  $\frac{15}{2} > 0$  E  $-1 \leq x < 0$

III  $x \geq 0$   $+x-3 = -3[+(x+1)]+15$   
 $\cancel{x-3} = \cancel{-3x-3}+15$   
 $4x = 15 \Rightarrow x = \frac{15}{4}$