EQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

SONO QUELLE EQUAZIONI CHE COINVOLGONO LE CLASSICHE OPERAZIONI TRA POLINOMI O TRA FRAZIONI ALGEBRICHE NELLE QUALI L'INCOGNITA È PRESENTE ALL'INTERNO DI ALMENO UN MODULO.

SI DISTINGUONO DIVERSI CASI PER I QUALI SI POSSONO CONSIDERARE DIVERSE FORME NORMALI, CIOÈ DIVERSE FORME BASE IN CUI SI POSSONO RISCRIVERE LE EQUAZIONI.

A EQUAZIONE CON UN VALORE ASSOLUTO ED UN TERMINE NOTO COSTANTE

$$|A(x)| = c$$

DOVE $A(x)$ È UN QUALSIASI POLINOMIO MENTRE $c \in \mathbb{R}$ È UNA COSTANTE (UN NUMERO).

SE $c > 0$

PER RISOLVERE L'EQUAZIONE, L'INSIEME DELLE SOLUZIONI SARÀ DATO DA

$$A(x) = c \ \cup \ A(x) = -c$$

SE $c = 0$

SI RISOLVE L'EQUAZIONE EQUIVALENTE

$$A(x) = 0$$

SE $c < 0$

NON AMMETTE SOLUZIONI PERCHÉ UN TERMINE NON NEGATIVO ($|A(x)|$) NON POTRÀ MAI ESSERE UGUALE AD UN TERMINE NEGATIVO ($-c$).

ESEMPI

1) $|x+8|=2$

$$\begin{cases} x+8=2 \\ x+8=-2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} x=-6 \\ x=-10 \end{matrix}}$$

2) $\left|\frac{3x+2}{5}\right|=0$

$$\frac{3x+2}{5}=0 \Rightarrow 3x+2=0 \Rightarrow 3x=-2 \Rightarrow \boxed{x=-\frac{2}{3}}$$

3) $|x+8|=-2$ IMPOSSIBILE

B EQUAZIONE CON 2 VALORI ASSOLUTI

$$|A(x)|=|B(x)|$$

DOVE $A(x)$ E $B(x)$ SONO 2 QUALSIASI POLINOMI. ESSENDO ENTRAMBI I MEMBRI IN VALORE ASSOLUTO ALLORA SONO ENTRAMBI MAGGIORI O UGUALI A ZERO, DI CONSEGUENZA L'INSIEME DELLE SOLUZIONI SARÀ DATO DA

$$A(x)=B(x) \cup A(x)=-B(x)$$

ESEMPIO

$|x+3|=|2x|$

$$\begin{cases} x+3=2x \\ x+3=-2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-x=3 \\ 2x+x=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ 3x=-3 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{matrix} x=3 \\ x=-1 \end{matrix}}$$

C EQUAZIONE CON UN VALORE ASSOLUTO ED UN TERMINE NOTO VARIABILE

$$|A(x)| = B(x)$$

RICORDANDO LA DEFINIZIONE DEL MODULO (O VALORE ASSOLUTO) IN QUESTO CASO L'INSIEME DELLE SOLUZIONI SARÀ DATO DALLA RISOLUZIONE DI 2 SISTEMI

$$\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ A(x) = B(x) \end{cases} \cup \begin{cases} A(x) < 0 \\ -A(x) = B(x) \end{cases}$$

ESEMPIO

$$|x^2-4| = x+2$$

$$\begin{cases} x^2-4 \geq 0 \\ x^2-4 = x+2 \end{cases} \cup \begin{cases} x^2-4 < 0 \\ -(x^2-4) = x+2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2-4 = 0 \\ x^2-x-4-2 = 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x^2-4 = 0 \\ -x^2-x+4-2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2-x-6 = 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2+x-2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{1,2} = \pm\sqrt{4} = \pm 2 \\ x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} \end{cases} \cup \begin{cases} x_{1,2} = \pm 2 \\ x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -2 \cup x \geq +2 \\ x = -2 \quad x = 3 \end{cases} \cup \begin{cases} -2 < x < +2 \\ x = -2 \quad x = 1 \end{cases}$$

$$\boxed{x = -2 \cup x = 3 \cup x = 1}$$

E EQUAZIONE CON 2 O PIÙ VALORI ASSOLUTI

$$|A(x)|+|B(x)|=C(x)$$

IN QUESTO CASO SI PROCEDE PER PASSI NEL MODO SEGUENTE:

a) SI STUDIA IL SEGNO DEGLI ARGOMENTI DI CIASCUN VALORE ASSOLUTO

$A(x)\geq 0$

$B(x)\geq 0$

b) SI RIPORTANO LE SOLUZIONI DELLO STUDIO DEI SEGNI SU UN GRAFICO IL QUALE POTRÀ ESSERE LETTO VERTICALMENTE PER SINGOLI INTERVALLI

c) PER OGNI SINGOLO INTERVALLO SI RISCRIVE L'EQUAZIONE ELIMINANDO I MODULI PONENDO ESPLICITAMENTE I SEGNI DEI RISPETTIVI ARGOMENTI IN BASE ALLA DEFINIZIONE DI MODULO.

d) SI UNISCONO TUTTE LE SOLUZIONI ACCETTABILI TROVATE OTTENENDO L'INSIEME DELLE SOLUZIONI DELLA EQUAZIONE DI PARTENZA.

ESEMPIO

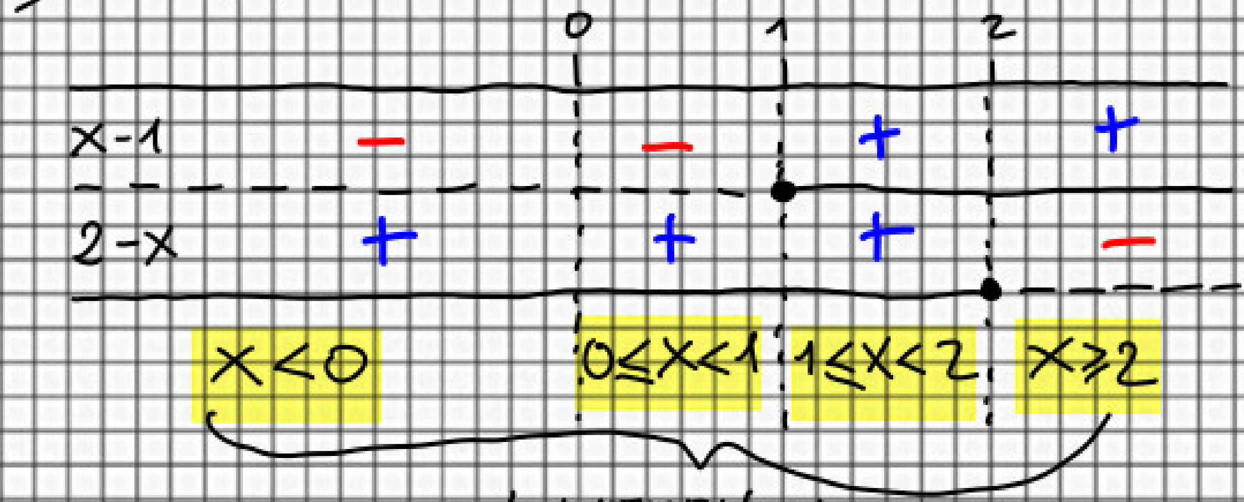
$$2|x-1|=x-\frac{1}{3}+|2-x|$$

a) SEGNO DEGLI ARGOMENTI

$x-1\geq 0 \Rightarrow x\geq 1$

$2-x\geq 0 \Rightarrow x\leq 2$

b) DISEGNAMO IL GRAFICO DEI SEGNI



4 INTERVALLI

c) RISCRIVIAMO E RISOLVIAMO L'EQUAZIONE PER OGNI SINGOLO INTERVALLO ELIMINANDO I MODULI ESPLICITANDO I SEGNI DEI RISPETTIVI ARGOMENTI:

I] SE $x<0$ $\Rightarrow |x-1| = -(x-1) = -x+1 = 1-x$

$|2-x| = +(2-x) = 2-x$

COSÌ L'EQUAZIONE SARÀ

$$2(1-x) = x - \frac{1}{3} + (2-x)$$

$$\cancel{2} - 2x = \cancel{x} - \frac{1}{3} \cancel{+2} \cancel{-x}$$

$$2x = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{6}}$$

NON ACCETTABILE PERCHÉ NON RISPETTA LA CONDIZIONE $x<0$

II] SE $0 \leq x < 1$ $\Rightarrow |x-1| = -(x-1) = 1-x$

$|2-x| = +(2-x) = 2-x$

COSÌ

$$2(1-x) = x - \frac{1}{3} + (2-x) \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{6}}$$

NOTA:

IN QUESTI PRIMI 2 INTERVALLI, COME SI VEDE DAL

GRAFICO, GLI ARGOMENTI MANTENGONO IL SEGNO INVARIATO, QUINDI SAREBBE STATO PIÙ OPPORTUNO CONSIDERARE IL SOLO INTERVALLO $X<1$, RIDUCENDO SEMPLICEMENTE IL LAVORO, MA COMUNQUE PUR PROCEDENDO CON I 2 INTERVALLI NON SI È COMMESSO ALCUN ERRORE.

III $1 \le x < 2$ $\Rightarrow$ $|x-1| = +(x-1) = x-1$

$|2-x| = +(2-x) = 2-x$

COSÌ

$$2(x-1) = x - \frac{1}{3} + (2-x)$$

$$2x-2 = \cancel{x} - \frac{1}{3} + 2 \cancel{-x}$$

$$2x = 2+2-\frac{1}{3}$$

$$2x = \frac{11}{3} \Rightarrow \boxed{x = \frac{11}{6}}$$

IV $x \ge 2$ $\Rightarrow$ $|x-1| = +(x-1) = x-1$

$|2-x| = -(2-x) = x-2$

COSÌ

$$2(x-1) = x - \frac{1}{3} + (x-2)$$

$$\cancel{2x}\cancel{-2} = \cancel{x} - \frac{1}{3} \cancel{+x}\cancel{-2}$$

$$0 = -\frac{1}{3} \quad \text{IMPOSSIBILE}$$

d) LE SOLUZIONI DELL'EQUAZIONE SONO

$$\boxed{\left(\frac{1}{6}; \frac{11}{6}\right)}$$

F EQUAZIONE CON VALORE ASSOLUTO DENTRO UN ALTRO VALORE ASSOLUTO

I CASI VISTI IN PRECEDENZA SONO PERFETTAMENTE UTILIZZABILI ANCHE IN CASO DI MODULI INCAPSULATI RAGIONANDO DALL'ESTERNO ALL'INTERNO (CIOÈ PRIMA I VALORI ASSOLUTI ESTERNI E POI QUELLI INTERNI), CON L'OBIETTIVO DI RICONDURCI SEMPRE AD UNA FORMA NORMALE.

OSSERVAZIONE:

IN QUESTI CASI PUÒ CAPITARE DI IMBATTERSI IN DISEQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO TRATTATE NEL CAPITOLO SUCCESSIVO.

ESEMPIO

$$\big||x-3|+x-3\big|=1$$

CONSIDERANDO PER PRIMA IL MODULO PIÙ ESTERNO CI RITROVIAMO NEL CASO A, CIOÈ

$$|A(x)|=c$$

COSÌ

$$|x-3|+x-3=1 \;\cup\; |x-3|+x-3=-1$$

CIOÈ

$$|x-3|=4-x \;\cup\; |x-3|=2-x$$

A QUESTO PUNTO IN ENTRAMBE LE EQUAZIONI CI RITROVIAMO NEL CASO C, CIOÈ

$$\begin{cases} x-3\geq 0 \\ x-3=4-x \end{cases} \cup \begin{cases} x-3<0 \\ -(x-3)=4-x \end{cases} \;\cup\; \begin{cases} x-3\geq 0 \\ x-3=2-x \end{cases} \cup \begin{cases} x-3<0 \\ -(x-3)=2-x \end{cases}$$

QUINDI

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ 2x = 7 \end{cases} \cup \begin{cases} x < 3 \\ \cancel{-x}+3 = 4\cancel{-x} \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x \geq 3 \\ 2x = 5 \end{cases} \cup \begin{cases} x < 3 \\ \cancel{-x}+3 = 2\cancel{-x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x = \frac{7}{2} \end{cases} \cup \begin{cases} x < 3 \\ \text{IMPOSSIBILE} \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x \geq 3 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases} \cup \begin{cases} x < 3 \\ \text{IMPOSSIBILE} \end{cases}$$

$$x = \frac{7}{2} \quad \cup \quad \text{NESSUNA SOLUZIONE}$$

QUINDI LA SOLUZIONE DELL'EQUAZIONE È $\boxed{x = \frac{7}{2}}$

G EQUAZIONE FRATTA CON VALORE ASSOLUTO

ANCHE PER QUESTO TIPO DI EQUAZIONE, LE CASISTICHE VISTE IN PRECEDENZA SONO PERFETTAMENTE UTILIZZABILI, CONSIDERANDO IN OGNI FORMA NORMALE $A(x)$ E/O $B(x)$ COME FRAZIONI ALGEBRICHE ANZICHÉ COME SEMPLICI POLINOMI.

BISOGNERÀ STUDIARE I SEGNI DEGLI ARGOMENTI ELIMINANDO I MODULI PONENDONE ESPLICITAMENTE I SEGNI.

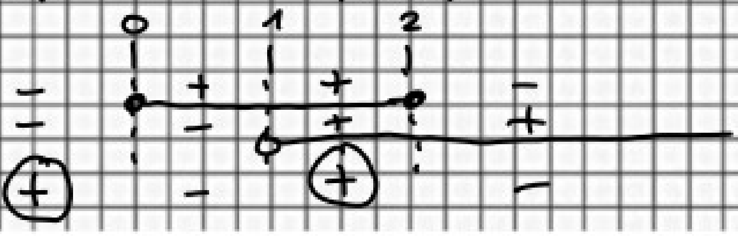
ESEMPIO

$$\left| \frac{-x^2+2x}{x-1} \right| = |x| \qquad \boxed{\text{C.E. } x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1}$$

$$\frac{-x^2+2x}{x-1} \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{l} -x^2+2x \geq 0 \\ x-1>0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x^2-2x \leq 0 \\ x>1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x(x-2)=0 \\ x>1 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x=0 \quad x-2=0 \\ x>1 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x=0 \quad x=2 \\ x>1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 0 \leq x \leq 2 \\ x>1 \end{array}$$

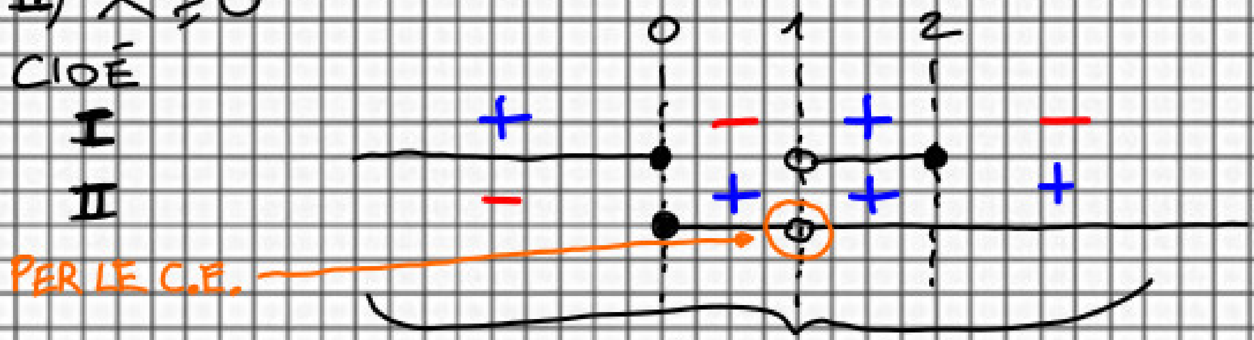


QUINDI

$\mathrm{I})\ \dfrac{-x^2+2x}{x-1} \geq 0 \iff x \leq 0 \cup 1 < x \leq 2$

$\mathrm{II})\ x \geq 0$

CIOÉ



4 INTERVALLI

$x \leq 0 \quad 0 < x < 1 \quad 1 < x \leq 2 \quad x > 2$

1) $x \leq 0$

$$+\left(\frac{-x^2+2x}{x-1}\right) = -x \Rightarrow \cancel{(x-1)}\frac{-x^2+2x}{\cancel{x-1}} = -x(x-1)$$

$$\cancel{-x^2}+2x = \cancel{-x^2}+x \Rightarrow 2x-x=0 \Rightarrow \boxed{x=0}$$

2) $0 < x < 1$

$$-\left(\frac{-x^2+2x}{x-1}\right) = +x \Rightarrow \cancel{(x-1)}\frac{x^2-2x}{\cancel{x-1}} = x(x-1)$$

$$\cancel{x^2}-2x = \cancel{x^2}-x \Rightarrow 2x-x=0 \Rightarrow \boxed{x=0}$$

NON ACCETTABILE IN QUESTO INTERVALLO PERCHÉ $0<x<1$

MA TROVATA COMUNQUE NELL'INTERVALLO PRECEDENTE.

3) $1 < x \leq 2$ *

$$+\left(\frac{-x^2+2x}{x-1}\right) = +x \Rightarrow \cancel{(x-1)}\frac{-x^2+2x}{\cancel{x-1}} = x(x-1)$$

$$-x^2+2x = x^2-x \Rightarrow x^2+x^2-2x-x=0 \Rightarrow 2x^2-3x=0$$

$$x(2x-3)=0 \Rightarrow x=0 \quad 2x=3 \Rightarrow \boxed{x=0} \cup \boxed{x=\tfrac{3}{2}}$$

NON ACCETTABILE NELL'INTERVALLO *

EQUAZIONI CON VALORE ASSOLUTO

4) $x>2$

$$-\left(\frac{-x^2+2x}{x-1}\right)=+x$$

COME SI PUÒ NOTARE EQUIVALE AL 2° INTERVALLO CHE HA COME SOLUZIONE $x=0$ NON ACCETTABILE PERCHÉ $x>2$

IN CONCLUSIONE LE SOLUZIONI DELL'EQUAZIONE SONO $x=0 \cup x=\frac{3}{2}$

ESERCIZI

1 $|3-x|=5$

$3-x=5 \Rightarrow x=3-5 \Rightarrow x=-2$

$3-x=-5 \Rightarrow x=3+5 \Rightarrow x=8$

2 $|2x-1|=5$

$2x-1=5 \Rightarrow 2x=6 \Rightarrow x=3$

$2x-1=-5 \quad 2x=-4 \Rightarrow x=-2$

3 $|5-2x|=-1$ IMPOSSIBILE

4 $\left|\frac{x-3}{2}+1\right|=0$

$\frac{x-3}{2}+1=0 \Rightarrow \frac{x-3}{2}=-1 \Rightarrow \cancel{2}\left(\frac{x-3}{\cancel{2}}\right)=-1\cdot(2) \Rightarrow x=+3-2$

$x=1$

5 $7-|2-x|=3$

$7-3=|2-x|$

$|2-x|=4$

$2-x=4 \Rightarrow x=2-4 \Rightarrow x=-2$

$2-x=-4 \Rightarrow x=2+4 \Rightarrow x=6$

6

$$2-\frac{|x+1|}{3}=\frac{1}{2}+1$$

$$2-\frac{1}{2}-1=\frac{|x+1|}{3}$$

$$\frac{|x+1|}{3}=\frac{1}{2}$$

$$|x+1|=\frac{3}{2} \quad \begin{cases} x+1=\frac{3}{2} \Rightarrow x=\frac{3}{2}-1 \Rightarrow \boxed{x=\frac{1}{2}} \\ x+1=-\frac{3}{2} \Rightarrow x=-\frac{3}{2}-1 \Rightarrow \boxed{x=-\frac{5}{2}} \end{cases}$$

7

$$|3x-5|=2x+1$$

$$\begin{cases} 3x-5\geq 0 \\ 3x-5=2x+1 \end{cases} \cup \begin{cases} 3x-5<0 \\ -(3x-5)=2x+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x\geq 5 \\ 3x-2x=1+5 \end{cases} \cup \begin{cases} 3x<5 \\ 2x+3x=5-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\geq \frac{5}{3} \\ x=6 \end{cases} \cup \begin{cases} x<\frac{5}{3} \\ 5x=4 \Rightarrow x=\frac{4}{5} \end{cases}$$

$$\boxed{x=6} \cup \boxed{x=\frac{4}{5}}$$

8

$$|x^2-4|=2x^2+x$$

$$\begin{cases} x^2-4\geq 0 \\ x^2-4=2x^2+x \end{cases} \cup \begin{cases} x^2-4<0 \\ -(x^2-4)=2x^2+x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2=4 \\ 2x^2-x^2+x+4=0 \end{cases} \cup \begin{cases} x^2=4 \\ 2x^2+x^2+x-4=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{1,2}=\pm\sqrt{4}=\pm 2 \\ x^2+x+4=0 \end{cases} \cup \begin{cases} x_{1,2}=\pm\sqrt{4}=\pm 2 \\ 3x^2+x-4=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\leq -2 \cup x\geq +2 \\ \text{IMPOSSIBILE} \end{cases} \qquad -2<x<+2$$

NESSUNA SOLUZIONE

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{49}}{6}=\frac{-1\pm 7}{6}= \begin{cases} \frac{-\cancel{8}^{\,4}}{\cancel{6}_{\,3}}=-\frac{4}{3} \\ \frac{\cancel{6}}{\cancel{6}}=1 \end{cases}$$

$$\boxed{x=1 \quad x=-\frac{4}{3}}$$

9 $|2x-1| = x-6$

$$\begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 2x-1 = x-6 \end{cases} \cup \begin{cases} 2x-1 < 0 \\ -(2x-1) = x-6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x \geq 1 \\ 2x-x = 1-6 \end{cases} \cup \begin{cases} 2x < 1 \\ 2x+x = 1+6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x = -5 \end{cases} \cup \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ 3x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{3} \end{cases}$$

NESSUNA SOLUZIONE NESSUNA SOLUZIONE

IMPOSSIBILE

10 $\left|\frac{2x-3}{5-x}\right| = 2$ C.E. $5-x \neq 0 \Rightarrow x \neq 5$

$$\frac{2x-3}{5-x} = 2 \qquad \frac{2x-3}{5-x} = -2$$

$$\cancel{(5-x)}\frac{2x-3}{\cancel{5-x}} = 2(5-x) \qquad \cancel{(5-x)}\frac{2x-3}{\cancel{5-x}} = -2(5-x)$$

$$2x-3 = 10-2x \qquad \cancel{2x}-3 = -10+\cancel{2x}$$

$$2x+2x = 10+3 \qquad -3 = -10$$

$4x = 13$ IMPOSSIBILE

$$x = \frac{13}{4}$$

11 $\left|\frac{x+1}{x-2} + \frac{2x}{x+2} - 3\right| = 0$

$$\frac{x+1}{x-2} + \frac{2x}{x+2} - 3 = 0$$

$$\frac{(x+2)(x+1) + (x-2)2x - 3(x-2)(x+2)}{\cancel{(x-2)(x+2)}} = 0$$

$$\cancel{x^2} + x + 2x + 2 + \cancel{2x^2} - 4x - \cancel{3x^2} - \cancel{6x} + \cancel{6x} + 12 = 0$$

$-x+14=0 \Rightarrow \boxed{x=14}$

12 $5-\frac{|8+x|}{x}=3$ C.E. $x\neq 0$

$5-3=\frac{|8+x|}{x}$

$\frac{|8+x|}{x}=2 \Rightarrow \cancel{x}\cdot\frac{|8+x|}{\cancel{x}}=2\cdot x \Rightarrow |8+x|=2x$

$\begin{cases} 8+x\geq 0 \\ 8+x=2x \end{cases} \cup \begin{cases} 8+x<0 \\ -(8+x)=2x \end{cases}$

$\begin{cases} x\leq 8 \\ 2x-x=8 \end{cases} \cup \begin{cases} x>8 \\ 2x+x=-8 \end{cases}$

$\begin{cases} x\leq 8 \\ x=8 \end{cases} \cup \begin{cases} x>8 \\ 3x=8 \end{cases} \Rightarrow \boxed{x=\frac{8}{3}}$

$\boxed{x=8}$ NESSUNA SOLUZIONE

13 $|x^2-5x+6|=|x-3|$

$x^2-5x+6=x-3 \cup x^2-5x+6=-(x-3)$

$x^2-5x-x+6+3=0 \qquad x^2-5x+x+6-3=0$

$x^2-6x+9=0 \qquad x^2-4x+3=0$

$\Delta=(-6)^2-4(9)= \qquad \Delta=(-4)^2-4(3)=$

$=36-36=0 \qquad 16-12=4$

$x_{1,2}=\frac{-(-6)\pm\sqrt{0}}{2}=\frac{6}{2}=3 \qquad x_{1,2}=\frac{-(-4)\pm\sqrt{4}}{2}=\frac{4\pm 2}{2}= \begin{cases} \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{2}_{1}}=1 \\ \frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{2}_{1}}=3 \end{cases}$

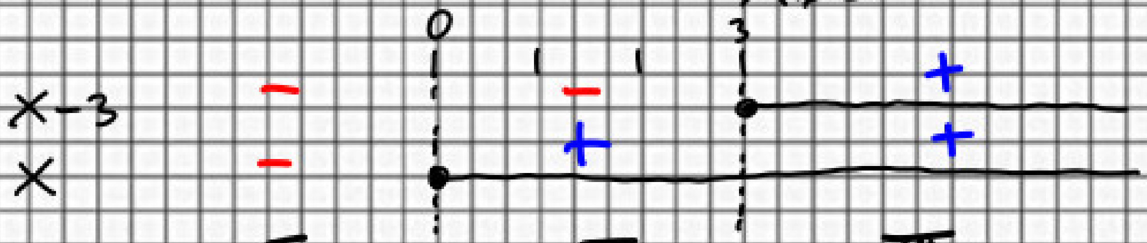
$\boxed{x=1 \cup x=3}$

14 $|x|-x^2+3=|x-3|$

$x^2-3+|x-3|-|x|=0$

$x-3\geq 0 \Rightarrow x\geq 3$

$x\geq 0$



I II III

$x<0$ $0\leq x<3$ $x\geq 3$

I $x<0$

$x^2-3-(x-3)-(-x)=0$

$x^2\cancel{-x}\cancel{+x}\cancel{+3}\cancel{-3}=0$

$x^2=0 \Rightarrow \boxed{x=0}$ NON ACCETTABILE PERCHÉ $x<0$

II $0\leq x<3$

$x^2-3-(x-3)-(+x)=0$

$x^2\cancel{-3}-x\cancel{+3}-x=0$

$x^2-2x=0$

$x(x-2)=0 < \boxed{x=0 \quad x=+2}$

III $x\geq 3$

$x^2-3+(x-3)-(+x)=0$

$x^2-3\cancel{+x}-3\cancel{-x}=0$

$x^2-6=0$

$x^2=6 \Rightarrow \boxed{x_{1,2}=\pm\sqrt{6}}$

PERCHÉ $-\sqrt{6}<3$ MA $x\geq 3$

PERCHÉ $+\sqrt{6}<3$ MA $x\geq 3$

QUINDI LE SOLUZIONI DELL'EQUAZIONE SONO

$\boxed{x=0} \cup \boxed{x=2}$

15 $\dfrac{|x|-3}{|x+1|-5}=-3$

C.E. $|x+1|-5\neq 0$

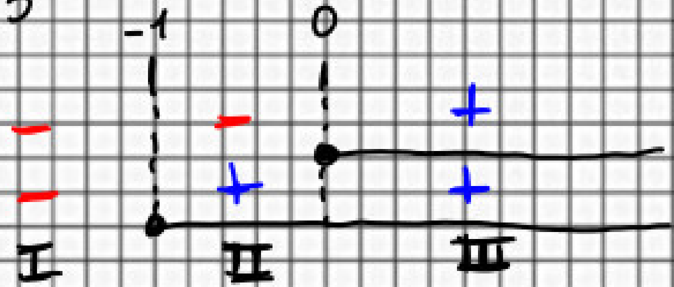
$|x+1|\neq 5 \begin{cases} x+1\neq 5 \Rightarrow x\neq 4 \\ x+1\neq -5 \Rightarrow x\neq -6 \end{cases}$

$\cancel{(|x+1|-5)}\dfrac{|x|-3}{\cancel{|x+1|-5}}=-3(|x+1|-5)$

$|x|-3=-3|x+1|+15$

$x\geq 0$

$x+1\geq 0 \Rightarrow x\geq -1$



I $x<-1$

$-x-3=-3[-(x+1)]+15$

$-x-3=3x+3+15$

$4x=-21 \Rightarrow \boxed{x=-\dfrac{21}{4}}$

II $-1\leq x<0$

$-x-3=-3[+(x+1)]+15$

$-x\cancel{-3}=-3x\cancel{-3}+15$

$2x=15 \Rightarrow \boxed{x=\dfrac{15}{2}}$

PERCHÉ $\dfrac{15}{2}>0$ E $-1\leq x<0$

III $x\geq 0$

$+x-3=-3[+(x+1)]+15$

$x\cancel{-3}=-3x\cancel{-3}+15$

$4x=15 \Rightarrow \boxed{x=\dfrac{15}{4}}$