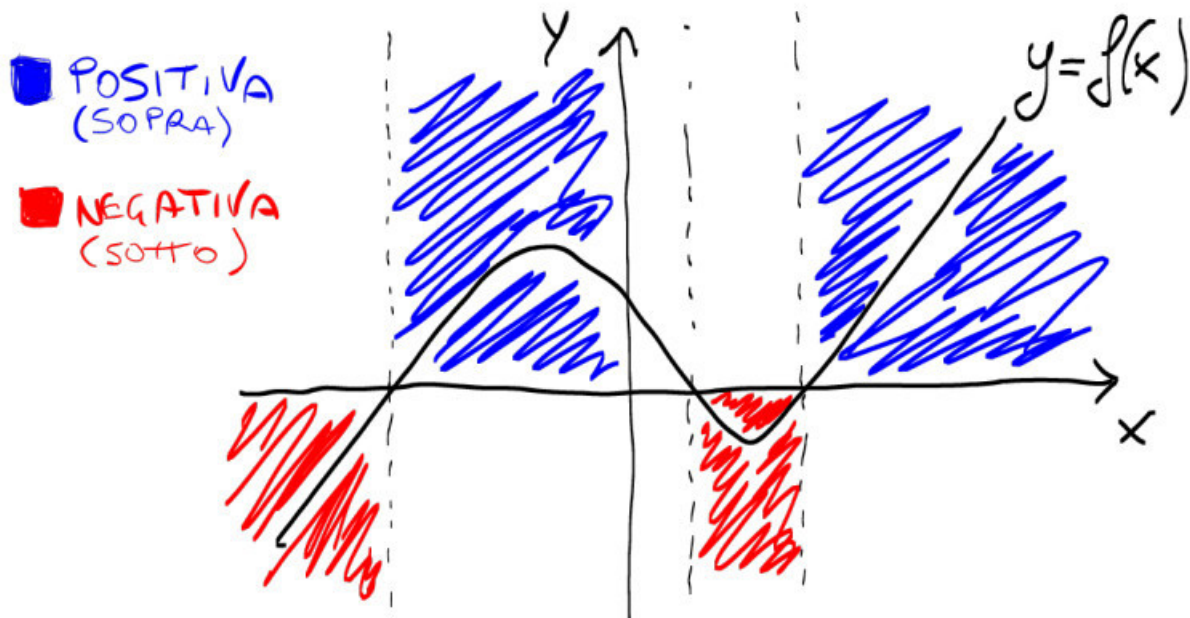


SEGNO INTERSEZIONI SIMMETRIE PERIODICITA

LO STUDIO DEL SEGNO DI UNA FUNZIONE INDIVIDUA LE REGIONI DEL PIANO CARTESIANO ALL'INTERNO DEL DOMINIO, IN CUI LA FUNZIONE È POSITIVA (CIÒ È STA SOPRA L'ASSE DELLE X) OPPURE È NEGATIVA (STA SOTTO L'ASSE DELLE X):



COME SI CERCA:

SI PONE LA FUNZIONE MAGGIORE DI \neq
E SI RISOLVE LA DISEQUAZIONE

$$f(x) > 0$$

SEGNO INTERSEZIONI SIMMETRIE PERIODICITA

ELIMINANDO NATURALMENTE LE REGIONI DI PIANO DOVE LA FUNZIONE NON ESISTE (FUORI DAL DOMINIO).

ESEMPIO 1

CONSIDERIAMO LA FUNZIONE

$$y = \frac{x}{x^2 - 4}$$

CONDIZIONI DI ESISTENZA
 $x^2 - 4 \neq 0$ $x \neq \pm 2$

PONIAMOLA MAGGIORE DI \emptyset

$$\frac{x}{x^2 - 4} > 0 \quad \left(\begin{array}{c} N \\ D \end{array} > 0 \right)$$

ED OTTENIAMO UNA DISEQUAZIONE FRATTA, QUINDI

NUMERATORE: $\left\{ \begin{array}{l} x > 0 \end{array} \right.$

DENOMINATORE: $\left\{ \begin{array}{l} x^2 - 4 > 0 \end{array} \right.$

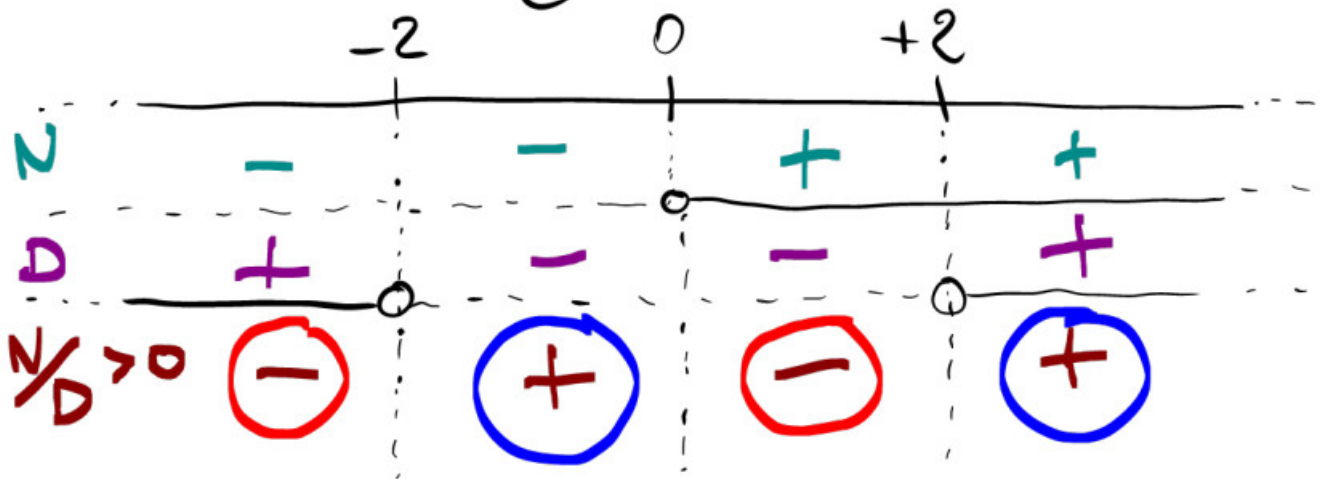
SEGNO INTERSEZIONI SIMMETRIE PERIODICITA

$$x^2 - 4 > 0 \quad x^2 - 4 = 0 \quad x_{1,2} = \begin{cases} -2 \\ +2 \end{cases}$$
$$\Rightarrow x < -2 \cup x > 2$$

CIOÈ

$$N: \begin{cases} x > 0 \end{cases}$$

$$D: \begin{cases} x < -2 \cup x > 2 \end{cases}$$



QUINDI LA FUNZIONE È **POSITIVA** (CIOÈ STA SOPRA L'ASSE DELLE x) SE:

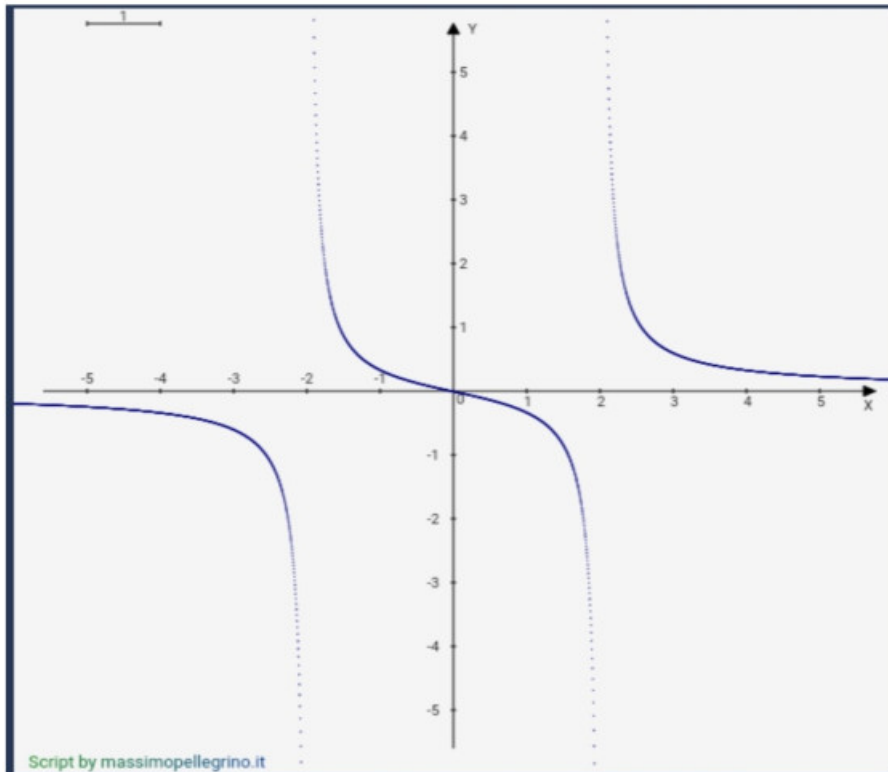
$$\boxed{-2 < x < 0 \cup x > 2}$$

MENTRE È **NEGATIVA** (CIOÈ STA SOTTO L'ASSE x) SE:

$$\boxed{x < -2 \cup 0 < x < 2}$$

SEGNO INTERSEZIONI SIMMETRIE PERIODICITA

COME POSSIAMO VEDERE DAL GRAFICO :



ESEMPIO 2

CONSIDERIAMO LA FUNZIONE:

$$y = \frac{x-10}{2x^2-32}$$

CONDIZIONI DI ESISTENZA

$$2x^2 - 32 \neq 0 \quad \underline{x \neq \pm 4}$$

PONIAMO LA FUNZIONE MAGGIORE DI \emptyset

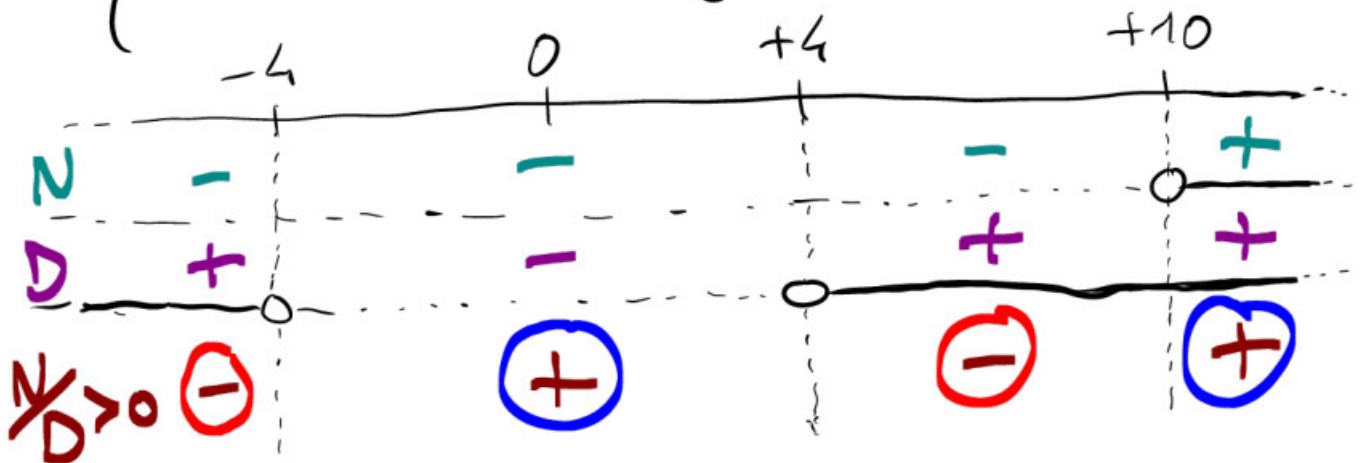
$$\frac{x-10}{2x^2-32} > 0 \quad \left(\frac{N}{D} > 0 \right)$$

SEGNO INTERSEZIONI SIMMETRIE PERIODICITA

QUINDI

$$\begin{cases} x-10 > 0 \\ 2x^2-32 > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N: & x > 10 \\ D: & x < -4 \cup x > +4 \end{cases}$$



QUINDI LA FUNZIONE È **POSITIVA**

SE:

$$-4 < x < +4 \cup x > +10$$

MENTRE È **NEGATIVA** SE:

$$x < -4 \cup +4 < x < +10$$

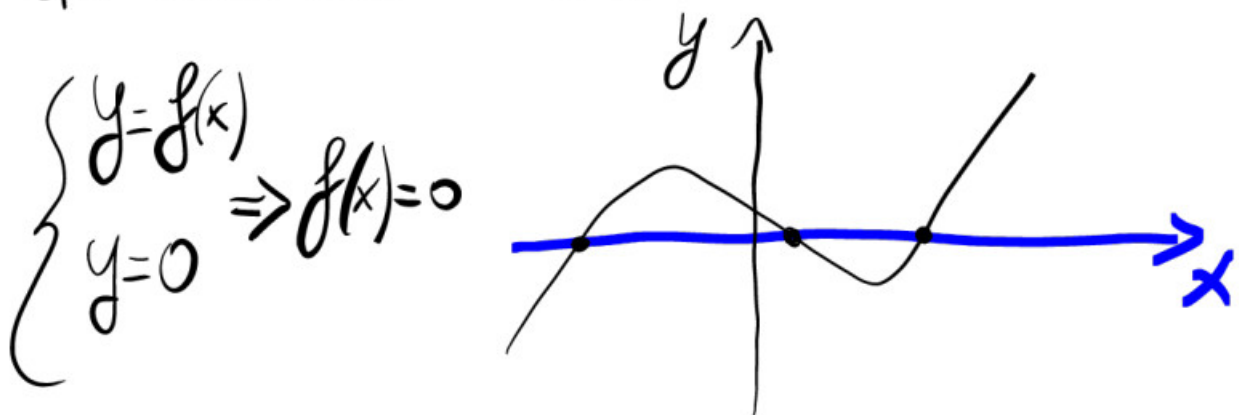
SEGNO INTERSEZIONI SIMMETRIE PERIODICITÀ

INTERSEZIONE CON GLI ASSI CARTESIANI

LE INTERSEZIONI CON GLI ASSI CARTESIANI SONO I PUNTI IN CUI LA FUNZIONE TOCCA L'ASSE DELLE X (ASCISSE) DETTI ANCHE "ZERI DELLA FUNZIONE" PERCHÉ IN ESSI L'ORDINATA y VALE \emptyset , E I PUNTI IN CUI TOCCA L'ASSE y (ORDINATE).

INTERSEZIONE CON L'ASSE X (ZERI DELLA FUNZIONE)

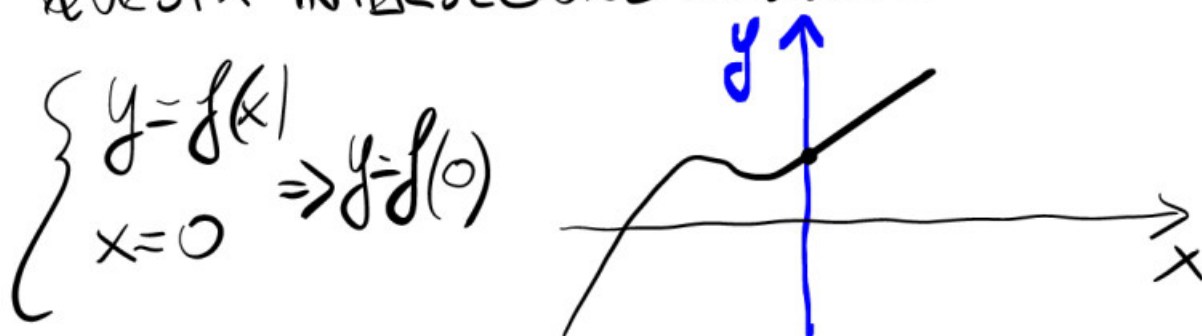
PER TROVARE QUESTI PUNTI SI PONE LA FUNZIONE UGUALE A \emptyset , SI RISOLVE L'EQUAZIONE E LE SOLUZIONI SARANNO GLI "ZERI DELLA FUNZIONE"



SEGNO INTERSEZIONI SIMMETRIE PERIODICITA

INTERSEZIONE CON L'ASSE Y (SE IL DOMINIO LO PERMETTE)

PER TROVARE QUESTI PUNTI SI SOSTITUISCE 0 ALLA X, SI SVOLGONO I CALCOLI E SI DETERMINA IL VALORE DELLA Y. QUESTA INTERSEZIONE SE ESISTE È UNICA.



ESEMPIO 1

$$y = \frac{x}{x^2 - 4}$$

INTERSEZIONE ASSE X

$$\begin{cases} y = 0 \\ \frac{x}{x^2 - 4} = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{x = 0}$$

INTERSEZIONE ASSE Y

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{0}{0 - 4} \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = 0}$$

ESEMPIO 2

$$y = \frac{x - 10}{2x^2 - 32}$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ \frac{x - 10}{2x^2 - 32} = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{x = 10}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{0 - 10}{2 \cdot 0 - 32} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16} \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = \frac{5}{16}}$$

SEGNO INTERSEZIONI SIMMETRIE PERIODICITA

SIMMETRIE DI UNA FUNZIONE

CERCARE EVENTUALI SIMMETRIE DI UNA FUNZIONE PERMETTE DI SEMPLIFICARE LA REALIZZAZIONE DEL SUO GRAFICO.

SIMMETRIA PARI (RISPETTO ALL'ASSE Y)

UNA FUNZIONE SI DICE PARI SE È SIMMETRICA RISPETTO ALL'ASSE DELLE y .

DATA LA FUNZIONE

$$y = f(x)$$

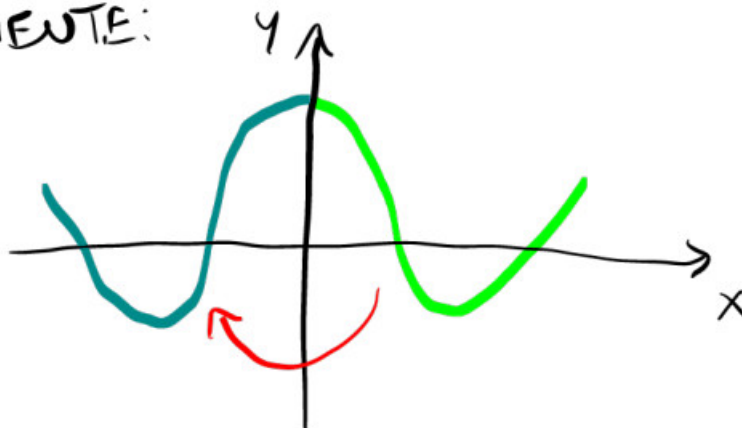
ESSA È PARI SE

$$f(-x) = f(x)$$

CONDIZIONE
DI
PARITÀ

QUINDI PER DETERMINARE SE UNA FUNZIONE È PARI SI SOSTITUISCE $-x$ AL POSTO DI x E SI SVILUPPANO I CALCOLI PER VEDERE SE LA CONDIZIONE VERIFICATA.

GRAFICAMENTE:



SEGNO INTERSEZIONI SIMMETRIE PERIODICITÀ

IN QUESTO CASO LA FUNZIONE SI PUÒ STUDIARE ANALITICAMENTE SOLO NEL SEMIPIANO POSITIVO DELLE ASCISSE E RIBALTARE IL GRAFICO OTTENUTO NEL SEMIPIANO NEGATIVO DELLE ASCISSE.

SIMMETRIA DISPARI (RISPETTO ALL'ORIGINE)

UNA FUNZIONE SI DICE DISPARI SE È SIMMETRICA RISPETTO ALL'ORIGINE DEGLI ASSI.

DATA LA FUNZIONE

$$y = f(x)$$

ESSA È DISPARI SE

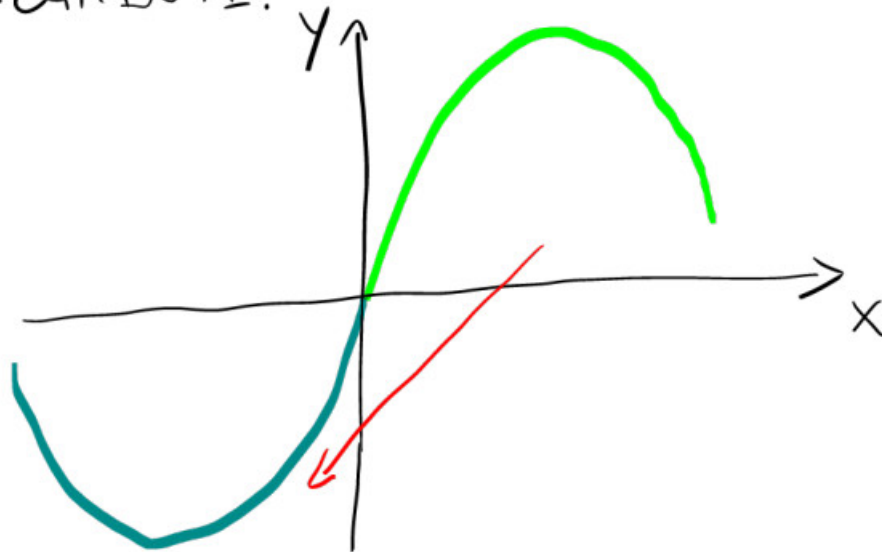
$$f(-x) = -f(x)$$

CONDIZIONE
DI
DISPARITÀ

QUINDI PER DETERMINARE SE UNA FUNZIONE È DISPARI SI SOSTITUISCE $-x$ AL POSTO DI x E SI SVILUPPANO I CALCOLI PER VEDERE SE LA CONDIZIONE È VERIFICATA.

SEGNO INTERSEZIONI SIMMETRIE PERIODICITA

GRAFICAMENTE:



IN QUESTO CASO LA FUNZIONE SI PUÒ STUDIARE ANZITUTTO SOLO NEL SEMIPIANO POSITIVO DELLE ASCISSE E RIBALTARE IL GRAFICO OTTENUTO, RISPETTO ALL'ORIGINE.

ESEMPIO 1

$$y = x^2$$

PERCHÈ

$$f(-x) = (-x)^2 = x^2$$

FUNZIONE PARI

CIOÈ $f(-x) = f(x)$

SEGNO INTERSEZIONI SIMMETRIE PERIODICITA

ESEMPIO 2

$$y = x^3$$

FUNZIONE DISPARI

PERCHÉ

$$f(-x) = (-x)^3 = -x^3 \quad \text{CIOÈ}$$

$$f(-x) = -f(x)$$

ESEMPIO 3

$$y = \frac{x}{x^2 - 4}$$

CONDIZIONI DI ESISTENZA
 $x^2 - 4 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm 2$

$$f(-x) = \frac{-x}{(-x)^2 - 4} = -\frac{x}{x^2 - 4}$$

CIOÈ

$$f(-x) = -f(x)$$

QUINDI LA FUNZIONE È DISPARI.

OSSERVAZIONE:

UNA FUNZIONE PUÒ RISULTARE CHE SIA
NÉ PARI E NÉ DISPARI

SEGNO INTERSEZIONI SIMMETRIE PERIODICITA

ESEMPIO DI FUNZIONE NE' PARI E NE' DISPARI

CONSIDERIAMO LA FUNZIONE:

$$y = f(x) = \frac{x-2}{x^2-2}$$

CONDIZIONI DI ESISTENZA
 $x^2-2 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm\sqrt{2}$

VERIFICHIAMO CHE:

$$f(-x) = \frac{-x-2}{(-x)^2-2} = \frac{-x-2}{x^2-2}$$

MA

$$f(-x) \neq f(x)$$

$$\frac{-x-2}{x^2-2} \neq \frac{x-2}{x^2-2}$$

LA FUNZIONE NON È PARI

E

$$f(-x) \neq -f(x)$$

$$\frac{-x-2}{x^2-2} \neq -\frac{x-2}{x^2-2}$$

$$\frac{-x-2}{x^2-2} \neq \frac{-x+2}{x^2-2}$$

LA FUNZIONE NON È DISPARI

SEGNO INTERSEZIONI SIMMETRIE PERIODICITÀ

PERIODICITÀ DI UNA FUNZIONE

SI DICONO FUNZIONI PERIODICHE QUELLE FUNZIONI CHE RIPETONO LA LORO FORMA AD INTERVALLI REGOLARI. LA DIMENSIONE DELL'INTERVALLO SI DICE APPUNTO PERIODO E SI INDICA CON

T

SE UNA FUNZIONE È PERIODICA PER DETERMINARE IL SUO PERIODO SI PONE

$$f(x+T) = f(x)$$

SI OTTIENE UNA EQUAZIONE CHE POSSIAMO RISOLVERE PROPRIO NELLA INCOGNITA T CHE SARÀ IL PERIODO DELLA FUNZIONE.

SEGNO INTERSEZIONI SIMMETRIE PERIODICITÀ

ESEMPIO 1

$$f(x) = \sin x$$

SCRIVIAMO L'EQUAZIONE

$$f(x+T) = f(x)$$

$$\sin(x+T) = \sin x$$

VERA SE E SOLO SE

$$x+T = x + 2k\pi$$

CIOÈ

$$T = \cancel{x} - \cancel{x} + 2k\pi$$

PER $k=1$

$$T = 2\pi$$

CHE È L'INTERVALLO CON CUI IL SEENO
RIPETE LA SUA FORMA NEL PIANO
CARTESIANO.

SEGNO INTERSEZIONI SIMMETRIE PERIODICITA

ESEMPIO 2

$$f(x) = \cos(3x)$$

$$f(x+T) = f(x)$$

$$\cos[3(x+T)] = \cos 3x$$

CIOÈ

$$3(x+T) = 3x + 2k\pi$$

$$\cancel{3x} + 3T = \cancel{3x} + 2k\pi$$

$$3T = 2k\pi$$

$$T = \frac{2}{3} k\pi$$

PER $k=1$

$$T = \frac{2}{3} \pi$$

SEGNO INTERSEZIONI SIMMETRIE PERIODICITA

ESEMPI

1) $y = x^2 + 3$ DOMINIO: \mathbb{R}

$$f(-x) = (-x)^2 + 3 = x^2 + 3 = f(x)$$

LA FUNZIONE È PARI

2) $y = \frac{1}{x}$

$$f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$$

LA FUNZIONE È DISPARI

3) $y = -2x^3 + x$

$$f(-x) = -2(-x)^3 + (-x) = +2x^3 - x = -(2x^3 - x) = -f(x)$$

LA FUNZIONE È DISPARI