IDENTITA´ ED EQUAZIONI

(1)

DEFINIZIONE DI IDENTITÀ

SI DEFINISCE IDENTITÀ L'UGUAGLIANZA TRA DUE ESPRESSIONI ALGEBRICHE, NELLE QUALI IN ALMENO UNA DELLE ESPRESSIONI COMPARE UNA LETTERA, COME AD ESEMPIO:

$$\boxed{2x - x = x}$$

UNA IDENTITÀ È VERA PER OGNI VALORE DELLE LETTERE PRESENTI, E SI SCRIVE:

$$\boxed{2x - x = x \quad \text{VERA } \forall x \in \mathbb{R}}$$

E CIOÈ CHE LE DUE ESPRESSIONI SONO EQUIVALENTI PERCHÉ DANNO RISULTATI UGUALI QUALSIASI VALORE SI ASSEGNA ALLE LETTERE (IN QUESTO CASO ALLA X).

ESEMPI:

$\boxed{x=0} \Rightarrow 2x-x=x \Rightarrow 2\cdot0-0=0 \Rightarrow \boxed{0=0}$

$x=3 \Rightarrow 2x-x=x \Rightarrow 2\cdot3-3=3 \Rightarrow 3=3$

$x=-1 \Rightarrow 2x-x=x \Rightarrow 2(-1)-(-1)=-1 \Rightarrow -1=-1$

DEFINIZIONE DI EQUAZIONE

SI DEFINISCE EQUAZIONE L'UGUAGLIANZA TRA DUE ESPRESSIONI ALGEBRICHE, NELLE QUALI IN ALMENO UNA COMPARE UNA LETTERA, VERIFICATA SOLO PER PARTICOLARI VALORI ASSEGNATI ALLE LETTERE, COME AD ESEMPIO:

$$\boxed{2x - x = 3 \quad \text{VERA SOLO PER } x=3}$$

IN UNA EQUAZIONE SI CERCANO QUEI VALORI DELLE LETTERE, PER I QUALI LE DUE ESPRESSIONI

RISULTANO UGUALI.

UNA SOLUZIONE (O RADICE) DI UNA EQUAZIONE È QUEL VALORE, ALMENO UNO PER OGNI LETTERA (VARIABILE), CHE SODDISFA L'UGUAGLIANZA.

RISOLVERE UNA EQUAZIONE QUINDI, SIGNIFICA TROVARE TUTTE LE SUE SOLUZIONI.

NELL'ESEMPIO PRECEDENTE LA SOLUZIONE (O RADICE) DELL'EQUAZIONE È $x=3$.

L'ESPRESSIONE A SINISTRA DELL'UGUALE SI DICE PRIMO MEMBRO MENTRE QUELLA A DESTRA SI DICE SECONDO MEMBRO:

$$\underbrace{\boxed{2x-4}}_{\text{PRIMO MEMBRO}} = \underbrace{\boxed{2+x}}_{\text{SECONDO MEMBRO}}$$

LE LETTERE CHE POSSONO ASSUMERE DIVERSI VALORI SI DICONO VARIABILI O INCOGNITE, I NUMERI PER I QUALI SI MOLTIPLICANO TALI LETTERE SI DICONO COEFFICIENTI MENTRE I NUMERI DA SOLI TERMINI NOTI:

INCOGNITA

$$2x-4=2+1x$$

COEFFICIENTI

TERMINI NOTI

IL $\boxed{\text{GRADO DI UNA EQUAZIONE}}$ È L'ESPONENTE MASSIMO DELL'INCOGNITA:

$x^1+2=5$
PRIMO GRADO
PERCHÉ $\boxed{x^1=x}$

$x^2+4=8$
SECONDO GRADO

$2x^3-x=x^2+1$
TERZO GRADO

IDENTITA´ ED EQUAZIONI

IL GRADO DELL'EQUAZIONE CI DICE QUANTE SOLUZIONI ESSA PUÒ AMMETTERE, CIOÈ:

1° GRADO ⇒ UNA SOLUZIONE
2° GRADO ⇒ DUE SOLUZIONI
3° GRADO ⇒ TRE SOLUZIONI
⋮ ⋮

TIPI DI EQUAZIONI

INTERA:

L'INCOGNITA SI PRESENTA SEMPRE AL NUMERATORE, COME AD ESEMPIO:

$$2x - 4 = 2 + x$$

FRATTA:

(O FRAZIONARIA)

L'INCOGNITA COMPARE ANCHE AL DENOMINATORE:

$$2x - \frac{4}{x-2} = 2 + \frac{1}{x}$$

COSÌ BISOGNA INNANZI TUTTO VALUTARE LE CONDIZIONI DI ESISTENZA DELL'EQUAZIONE, NELL'ESEMPIO $x \neq 2$ e $x \neq 0$

Perché annullano i denominatori!

NUMERICA:

NON COMPAIONO ALTRE LETTERE OLTRE ALLA INCOGNITA (O ALLE INCOGNITE SE SONO PIÙ DI UNA...):

$$x + y = 10$$

In questo caso X ed Y sono entrambe incognite

LETTERALE:

OLTRE ALLE INCOGNITE COMPAIONO ALTRE LETTERE CONSIDERATE COSTANTI:

$$2ax - 4 = 2 + x$$

IDENTITA´ ED EQUAZIONI

EQUAZIONI EQUIVALENTI

DUE EQUAZIONI SI DICONO EQUIVALENTI SE AMMETTONO LE STESSE SOLUZIONI.

ESEMPIO:

$\boxed{3x-4=2+x}$ EQUIVALENTI $\boxed{2x=6}$

SOLUZIONE

$\boxed{x=3}$

PER RISOLVERE UNA EQUAZIONE QUINDI, BISOGNA TRASFORMARLA IN UNA EQUAZIONE EQUIVALENTE PIÙ SEMPLICE E RISOLVERE COSÌ QUEST'ULTIMA RIDOTTA IN FORMA NORMALE.

EQUAZIONI IN FORMA NORMALE

UNA EQUAZIONE SI DICE IN FORMA NORMALE QUANDO:

- AL PRIMO MEMBRO C'È UN SOLO TERMINE CONTENENTE L'INCOGNITA
- AL SECONDO MEMBRO C'È SOLO UN TERMINE NOTO

CIOÈ:

$$\boxed{ax=b} \quad \text{con } a,b\in\mathbb{R} \quad a\neq 0$$

ESEMPI:

$2x=6$ $\quad$ $3x=5$

$x=2$ $\quad$ $5x=0$

IDENTITA´ ED EQUAZIONI

PRINCIPI DI EQUIVALENZA

2

I PRINCIPI DI EQUIVALENZA CON LE LORO REGOLE CI PERMETTONO DI PASSARE DA UNA EQUAZIONE AD UN'ALTRA AD ESSA EQUIVALENTE.

PRIMO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

SOMMANDO O SOTTRAENDO AL PRIMO E AL SECONDO MEMBRO DI UNA EQUAZIONE UNO STESSO NUMERO O UNA STESSA ESPRESSIONE SI OTTIENE UNA EQUAZIONE EQUIVALENTE.

ESEMPIO:

L'EQUAZIONE

$$\boxed{2x+1=5}$$

È EQUIVALENTE ALLE SEGUENTI EQUAZIONI:

- $2x+1+3=5+3$ SOMMA DI UN NUMERO
- $2x+1-1=5-1$ SOTTRAZIONE DI UN NUMERO
- $2x+1+3x=5+3x$ SOMMA DI UNA ESPRESSIONE
- $2x+1-x=5-x$ SOTTRAZIONE DI UNA ESPRESSIONE

REGOLA DEL TRASPORTO

UN TERMINE DI UNA EQUAZIONE SI PUÓ TRASPORTARE DA UN MEMBRO ALL'ALTRO PURCHÉ LO SI CAMBI DI SEGNO:

$$3x-4=2+x$$

CIOÈ:

$$3x-x=2+4$$

IDENTITA´ ED EQUAZIONI

REGOLA DI SOPPRESSIONE DEI TERMINI UGUALI

SE CI SONO TERMINI UGUALI IN ENTRAMBI I MEMBRI DI UNA EQUAZIONE, ALLORA QUESTI POSSONO ESSERE ELIMINATI:

$$x \cancel{+4} = 6 \cancel{+4}$$

CIOÈ:

$$x = 6$$

SECONDO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

MOLTIPLICANDO O DIVIDENDO PRIMO E SECONDO MEMBRO DI UNA EQUAZIONE, PER UNA STESSA QUANTITÀ, SI OTTIENE UNA EQUAZIONE EQUIVALENTE.

ESEMPIO:

L'EQUAZIONE

$$\boxed{2x + 2 = 6}$$

È EQUIVALENTE ALLE SEGUENTI EQUAZIONI:

- $(2x+2)\cdot 3 = 6 \cdot 3$ ENTRAMBI I MEMBRI PER 3
- $\dfrac{2x+2}{2} = \dfrac{6}{2}$ ENTRAMBI I MEMBRI DIVISO 2

REGOLA DEL CAMBIO DI SEGNO

TUTTI I TERMINI DI UNA EQUAZIONE SI POSSONO CAMBIARE DI SEGNO:

$$-2x - 2 = -6$$

CIOÈ:

$$+2x + 2 = +6$$

IDENTITA´ ED EQUAZIONI

REGOLA DI RIDUZIONE DI EQUAZIONI A COEFFICIENTI FRAZIONARI

UNA EQUAZIONE A COEFFICIENTI FRAZIONARI SI PUÓ RIDURRE AD UNA EQUAZIONE A COEFFICIENTI INTERI, MOLTIPLICANDO ENTRAMBI I MEMBRI PER IL m.c.m. DEI DENOMINATORI DEI COEFFICIENTI:

$$\frac{3}{2}+\frac{2}{3}x=\frac{1}{6}+x$$

m.c.m. $(2,3,6)=6$

COSÍ:

$$6\cdot\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{3}x\right)=6\left(\frac{1}{6}+x\right)$$

CIOÉ:

$$\boxed{9+4x=1+6x}$$

REGOLA DI RIDUZIONE DI EQUAZIONI FRAZIONARIE

UNA EQUAZIONE FRAZIONARIA PUÓ ESSERE RIDOTTA AD UNA EQUAZIONE INTERA, MOLTIPLICANDO TUTTI I TERMINI PER IL m.c.m. DEI DENOMINATORI.

$$\frac{5}{2x}-1=\frac{1}{3}$$

m.c.m. $(2x,3)=6x$

COSÍ:

$$6x\cdot\frac{5}{2x}-6x\cdot 1=6x\cdot\frac{1}{3}$$

CIOÉ

$$\boxed{15-6x=2x}$$

IDENTITA´ ED EQUAZIONI

EQUAZIONI DI PRIMO GRADO E SOLUZIONI

UNA EQUAZIONE DI 1° GRADO PUÓ:

1) AMMETTERE UNA SOLUZIONE:

QUANDO SI TROVA QUELL'UNICO VALORE DELL'INCOGNITA PER IL QUALE È VERIFICATA.

ESEMPIO:

$$x - 3 = 5$$
$$x = 5 + 3$$
$$\boxed{x = 8}$$

2) ESSERE INDETERMINATA:

QUANDO SI OTTIENE L'IDENTITÀ 0=0 E CIOÈ CHE PER QUALSIASI VALORE DELL'INCOGNITA È SEMPRE VERIFICATA.

ESEMPIO:

$$4x - 3x - x = 10 - 7 - 3$$
$$\cancel{4x} - \cancel{4x} = \cancel{10} - \cancel{10}$$
$$\boxed{0 = 0}$$

SEMPRE

3) ESSERE IMPOSSIBILE:

QUANDO SI OTTIENE UNA IDENTITÀ FALSA E CIOÈ CHE PER NESSUN VALORE DELL'INCOGNITA È VERIFICATA.

ESEMPIO:

$$3x + 2x - 5x = 5 + 6 + 1$$
$$5x - 5x = 12$$
$$\boxed{0 = 12}$$

MAI