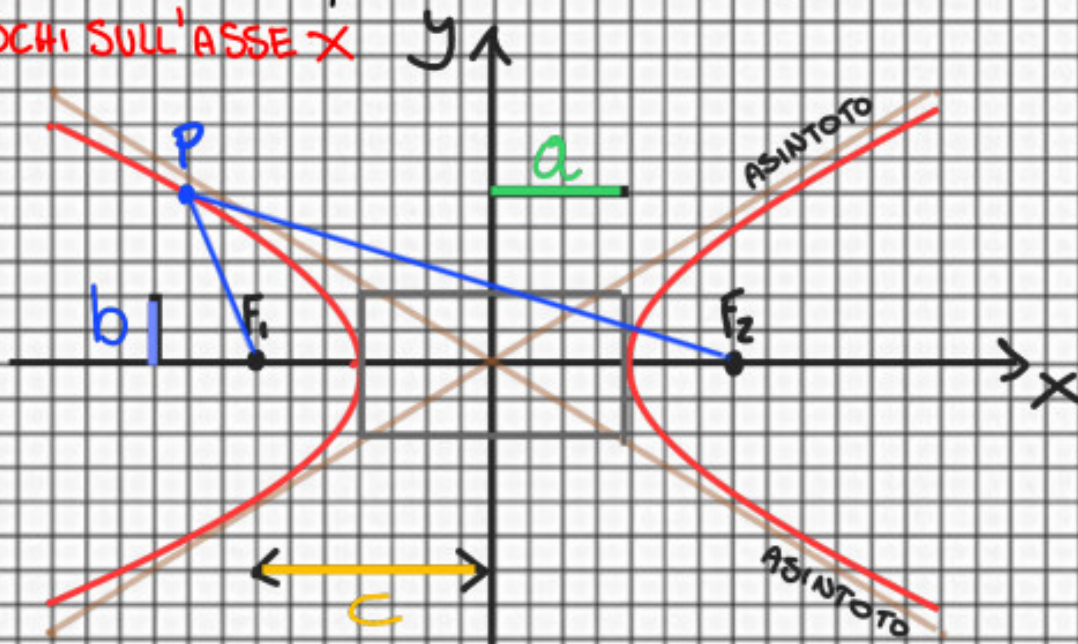


L'IPERBOLE

È IL LUOGO GEOMETRICO DEI PUNTI DEL PIANO TALI CHE LA DIFFERENZA IN VALORE ASSOLUTO DELLE DISTANZE DA DUE PUNTI FISSI F_1 E F_2 DETTI FUOCHI, È COSTANTE.

FUOCHI SULL'ASSE X



$$|PF_1 - PF_2| = 2a = \text{COSTANTE}$$

LA SUA EQUAZIONE CANONICA È:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

MENTRE

$2a$ LUNGHEZZA ASSE TRASVERSO

$2b$ LUNGHEZZA ASSE NON TRASVERSO

$2c$ DISTANZA FOCALE (DISTANZA TRA F_1 E F_2)

LA RELAZIONE TRA I PARAMETRI a , b E c È:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

L'IPERBOLE

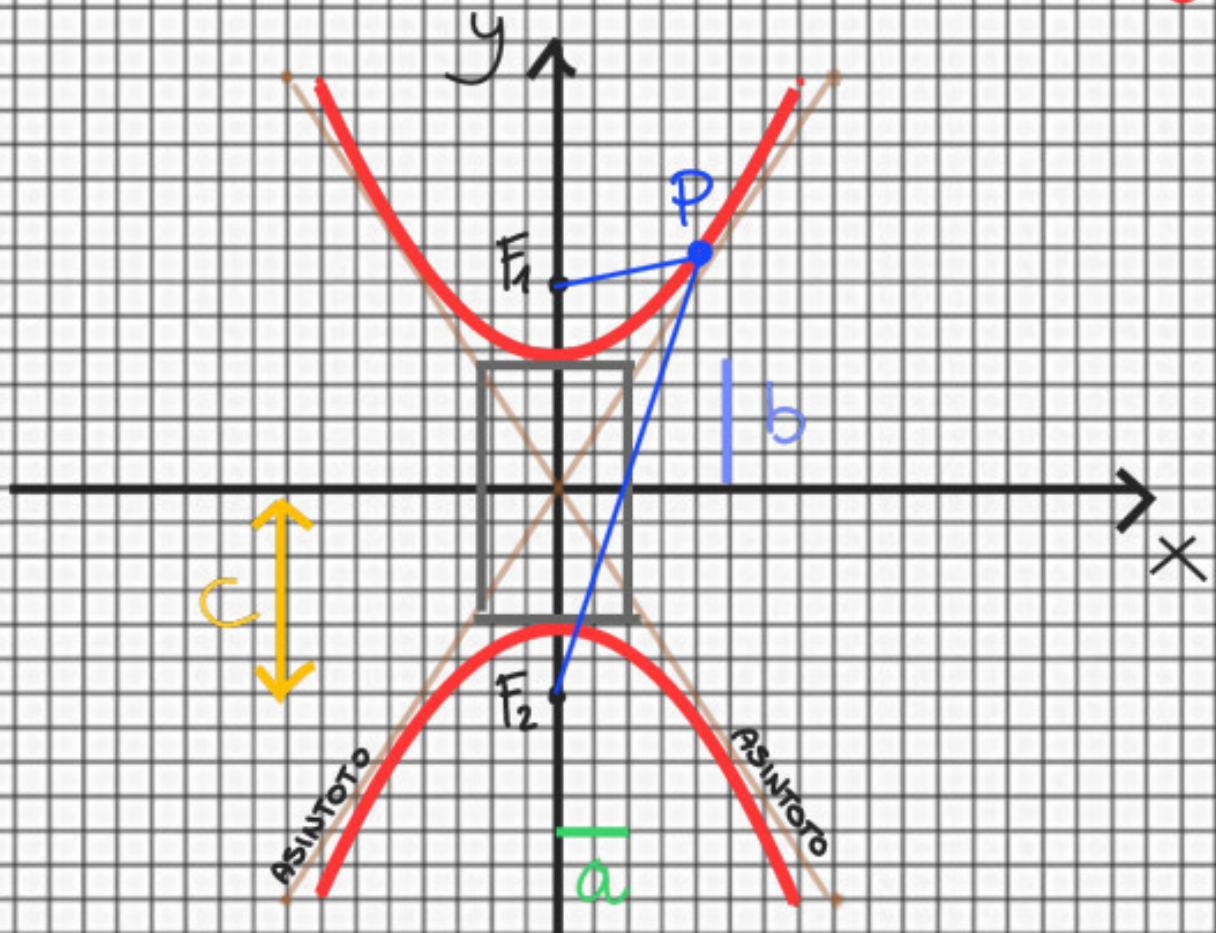
LE COORDINATE DEI FUOCHI SONO

$$F_1(-c, 0) \quad F_2(c, 0)$$

MENTRE LE EQUAZIONI DEGLI ASINTOTI SONO

$$y = -\frac{b}{a}x \quad \text{E} \quad y = \frac{b}{a}x$$

NEL CASO IN CUI I FUOCHI SI TROVANO SULL'ASSE Y:



$$|PF_1 - PF_2| = 2b = \text{COSTANTE}$$

LA SUA EQUAZIONE CANONICA È

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$$

L'IPERBOLE

MENTRE

$2a$ LUNGHEZZA ASSE NON TRASVERSO

$2b$ LUNGHEZZA ASSE TRASVERSO

$2c$ DISTANZA FOCALE (DISTANZA TRA F_1 E F_2)

LA RELAZIONE TRA I PARAMETRI a , b E c È:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

LE COORDINATE DEI FUOCHI SONO:

$$F_1(0, -c) \quad F_2(0, c)$$

MENTRE LE EQUAZIONI DEGLI ASINTOTI SONO:

$$y = -\frac{b}{a}x$$

$$y = \frac{b}{a}x$$

L'ECCESTRICITÀ DELL'IPERBOLE SI MISURA MEDIANTE IL RAPPORTO:

$$e = \frac{c}{a} \quad \text{SE I FUOCHI SONO SULL'ASSE X}$$

$$e = \frac{c}{b} \quad \text{SE I FUOCHI SONO SULL'ASSE Y}$$

ED È UN NUMERO MAGGIORE DI 1, CIOÈ $e > 1$.

RICERCA DELL'EQUAZIONE DI UN IPERBOLE

A EQUAZIONE NOTI I FUOCHI E IL SEMIASSE TRASVERSO PARTENDO DALLA SUA DEFINIZIONE, CIOÈ CHE IL VALORE ASSOLUTO DELLA DIFFERENZA DELLE DISTANZE

L'IPERBOLE

DI OGNI SUO PUNTO DAI FUOCHI, È COSTANTE E PARI A:

$$|PF_1 - PF_2| = 2a \quad \text{OPPURE} \quad |PF_1 - PF_2| = 2b$$

SE I FUOCHI SONO SULL'ASSE DELLE X

SI AVRÀ $P(x,y)$ $F_1(-c,0)$ $F_2(c,0)$

COSÌ

$$\left| \sqrt{(x+c)^2 + (y-0)^2} - \sqrt{(x-c)^2 + (y-0)^2} \right| = 2a$$

$$\left(\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} \right)^2 = 4a^2$$

SI SVILUPPANO I CALCOLI ISOLANDO L'ULTIMO RADICALE RIMASTO, SI ELEVA NUOVAMENTE AL QUADRATO SVILUPPANDO ANCORA I CALCOLI E SI OTTIENE:

$$b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$$

NELLA QUALE DIVIDENDO TUTTO PER a^2b^2

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

EQUAZIONE PASSANTE PER 2 PUNTI $A(x_1, y_1)$ E $B(x_2, y_2)$

PARTENDO DALL'EQUAZIONE IN FORMA CANONICA SI PONE

$$\alpha = \frac{1}{a^2} \quad \text{E} \quad \beta = \frac{1}{b^2}$$

IN MODO CHE LA SI PUÒ RISCRIVERE COME

$$\alpha x^2 - \beta y^2 = 1$$

L'IPERBOLE

MEDIANTE UN SISTEMA IMPONIAMO IL PASSAGGIO PRIMA PER IL PUNTO A E POI PER IL PUNTO B

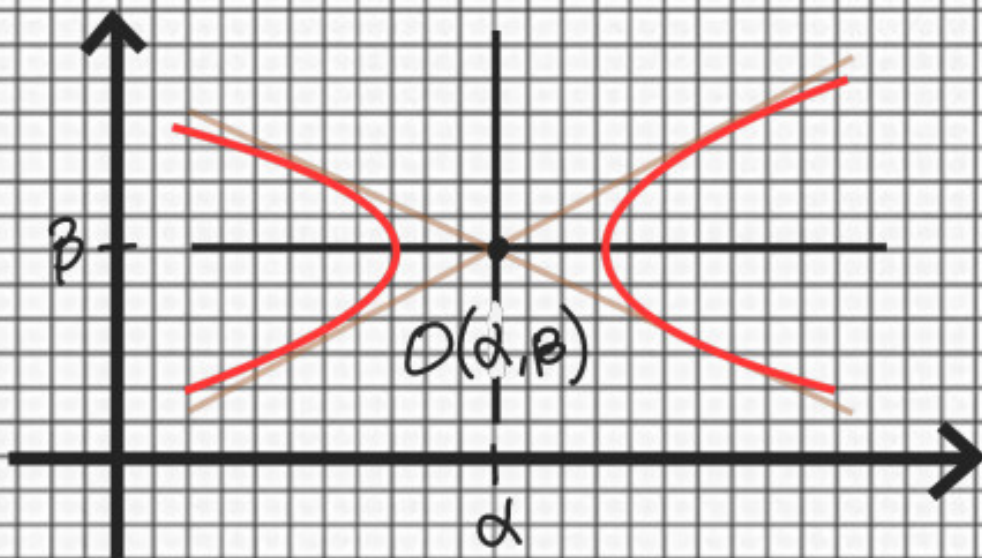
$$\begin{cases} \alpha x_1 - \beta y_1 = 1 & \text{PASSAGGIO PER A} \\ \alpha x_2 - \beta y_2 = 2 & \text{PASSAGGIO PER B} \end{cases}$$

DALLE SOLUZIONI α E β DEL SISTEMA SI RICAIVANO a^2 E b^2

$$a^2 = \frac{1}{\alpha} \quad b^2 = \frac{1}{\beta}$$

IPERBOLE TRASLATA

SI DICE TRASLATA QUELL'IPERBOLE IN CUI GLI ASSI DEL SUO SISTEMA DI RIFERIMENTO SONO PARALLELI AGLI ASSI CARTESIANI X E Y .



IL SUO CENTRO È DATO DAL PUNTO $O(\alpha, \beta)$ E LA SUA EQUAZIONE È

$$\frac{(X-\alpha)^2}{a^2} - \frac{(Y-\beta)^2}{b^2} = 1$$