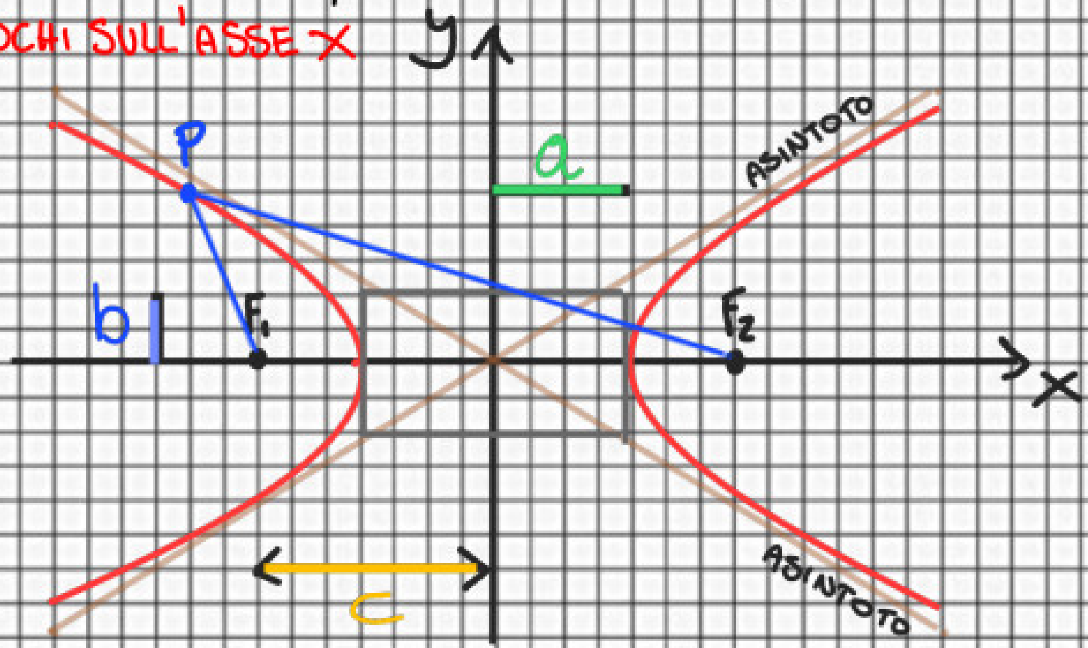
L'IPERBOLE

È IL LUOGO GEOMETRICO DEI PUNTI DEL PIANO TALI CHE LA DIFFERENZA IN VALORE ASSOLUTO DELLE DISTANZE DA DUE PUNTI FISSI F_1 E F_2 DETTI FUOCHI, È COSTANTE.

FUOCHI SULL'ASSE X



$$|PF_1 - PF_2| = 2a = \text{COSTANTE}$$

LA SUA EQUAZIONE CANONICA È:

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1}$$

MENTRE

- $2a$ LUNGHEZZA ASSE TRASVERSO
- $2b$ LUNGHEZZA ASSE NON TRASVERSO
- $2c$ DISTANZA FOCALE (DISTANZA TRA F_1 E F_2)

LA RELAZIONE TRA I PARAMETRI a, b E c È:

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$$

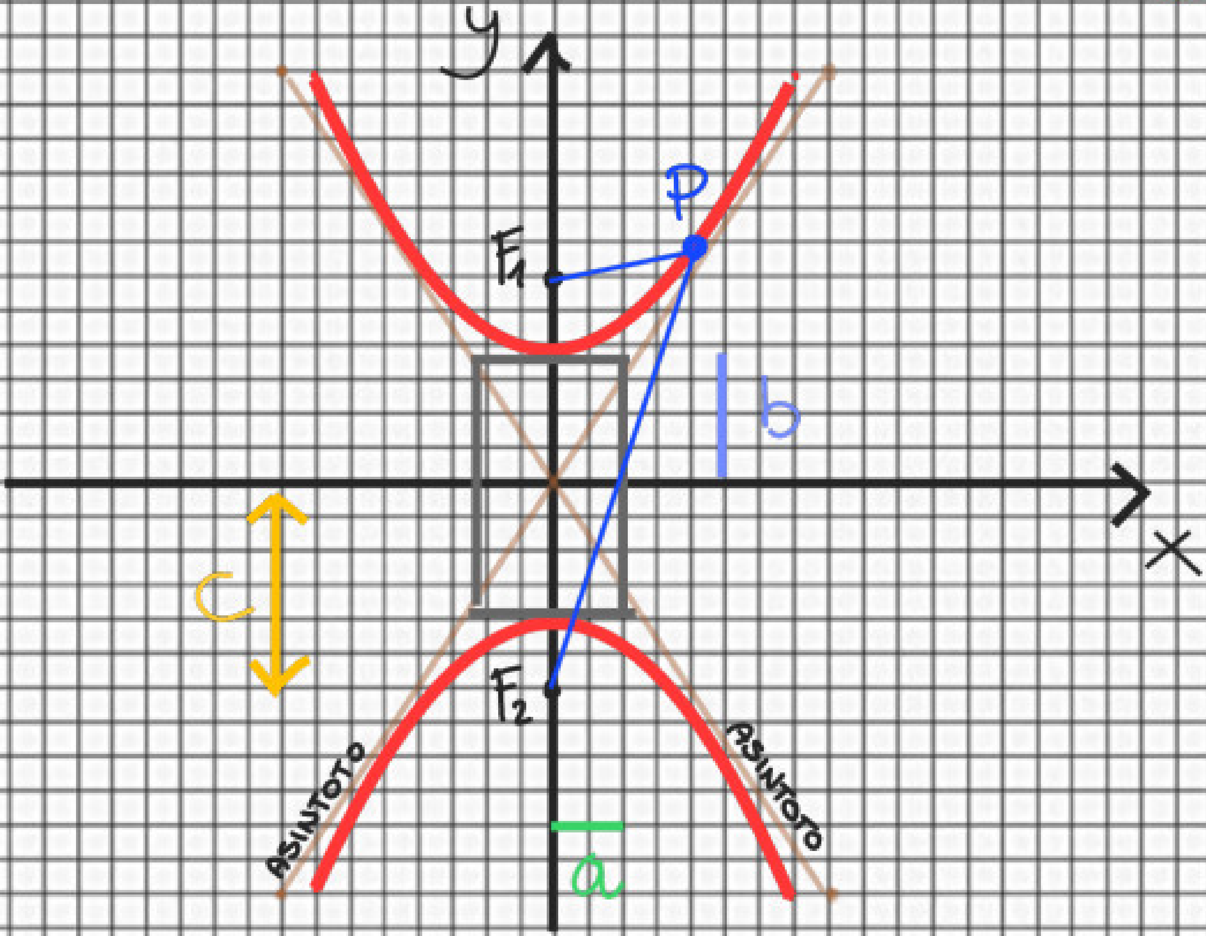
LE COORDINATE DEI FUOCHI SONO

$F_1(-c,0)$ $\quad$ $F_2(c,0)$

MENTRE LE EQUAZIONI DEGLI ASINTOTI SONO

$$\boxed{y=-\frac{b}{a}x} \quad \text{E} \quad \boxed{y=\frac{b}{a}x}$$

NEL CASO IN CUI I FUOCHI SI TROVANO SULL'ASSE y:



$$|PF_1-PF_2|=2b=\text{COSTANTE}$$

LA SUA EQUAZIONE CANONICA È

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1}$$

MENTRE

$2a$ LUNGHEZZA ASSE NON TRASVERSO

$2b$ LUNGHEZZA ASSE TRASVERSO

$2c$ DISTANZA FOCALE (DISTANZA TRA F_1 E F_2)

LA RELAZIONE TRA I PARAMETRI a, b E c É:

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$$

LE COORDINATE DEI FUOCHI SONO:

$$F_1(0, -c) \qquad F_2(0, c)$$

MENTRE LE EQUAZIONI DEGLI ASINTOTI SONO:

$$\boxed{y = -\frac{b}{a}x} \qquad \boxed{y = \frac{b}{a}x}$$

L'ECCENTRICITÀ DELL'IPEBOLE SI MISURA MEDIANTE IL RAPPORTO:

$$e = \frac{c}{a}$$ SE I FUOCHI SONO SULL'ASSE X

$$e = \frac{c}{b}$$ SE I FUOCHI SONO SULL'ASSE Y

ED È UN NUMERO MAGGIORE DI 1, CIOÈ $e > 1$

RICERCA DELL'EQUAZIONE DI UN IPERBOLE

A EQUAZIONE NOTI I FUOCHI E IL SEMIASSE TRASVERSO

PARTENDO DALLA SUA DEFINIZIONE, CIOÈ CHE IL VALORE ASSOLUTO DELLA DIFFERENZA DELLE DISTANZE

DI OGNI SUO PUNTO DAI FUOCHI È COSTANTE E PARI A:

$$|PF_1 - PF_2| = 2a \quad \text{OPPURE} \quad |PF_1 - PF_2| = 2b$$

SE I FUOCHI SONO SULL'ASSE DELLE X

SI AVRÀ $P(x,y)$ $F_1(-c,0)$ $F_2(c,0)$

COSÌ

$$\left|\sqrt{(x+c)^2+(y-0)^2} - \sqrt{(x-c)^2+(y-0)^2}\right| = 2a$$

$$\left(\sqrt{(x+c)^2+y^2} - \sqrt{(x-c)^2+y^2}\right)^2 = 4a^2$$

SI SVILUPPANO I CALCOLI ISOLANDO L'ULTIMO RADICALE RIMASTO, SI ELEVA NUOVAMENTE AL QUADRATO SVILUPPANDO ANCORA I CALCOLI E SI OTTIENE:

$$\boxed{b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2}$$

NELLA QUALE DIVIDENDO TUTTO PER a^2b^2

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

EQUAZIONE PASSANTE PER 2 PUNTI $A(x_1,y_1)$ E $B(x_2,y_2)$

PARTENDO DALL'EQUAZIONE IN FORMA CANONICA SI PONE

$$\alpha = \frac{1}{a^2} \quad \text{E} \quad \beta = \frac{1}{b^2}$$

IN MODO CHE LA SI PUÒ RISCRIVERE COME

$$\alpha x^2 - \beta y^2 = 1$$

MEDIANTE UN SISTEMA IMPONIAMO IL PASSAGGIO PRIMA PER IL PUNTO A E POI PER IL PUNTO B

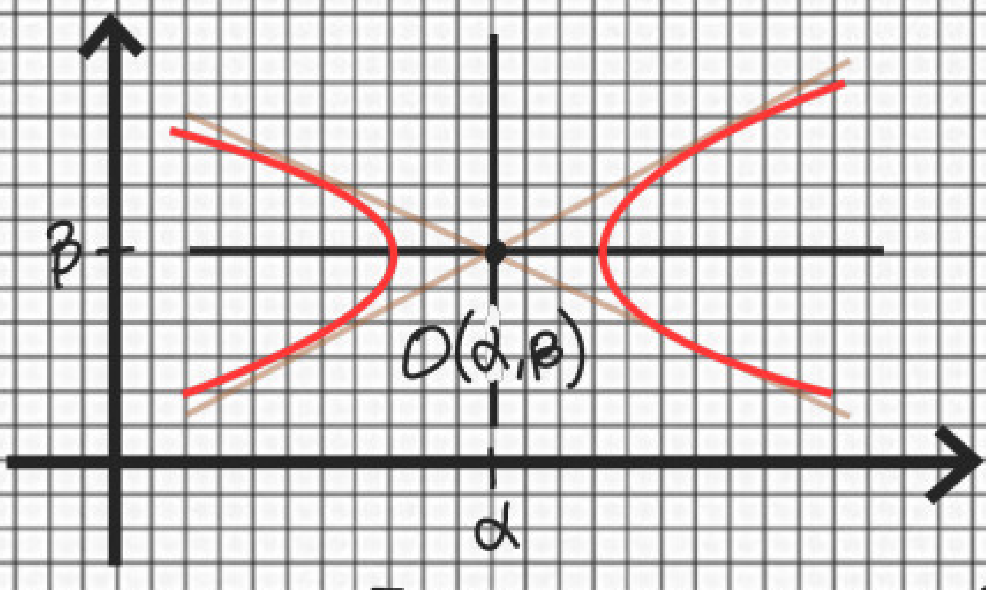
$$\begin{cases} \alpha x_1 - \beta y_1 = 1 & \text{PASSAGGIO PER A} \\ \alpha x_2 - \beta y_2 = 2 & \text{PASSAGGIO PER B} \end{cases}$$

DALLE SOLUZIONI α E β DEL SISTEMA SI RICAVANO a^2 E b^2

$$a^2 = \frac{1}{\alpha} \qquad b^2 = \frac{1}{\beta}$$

IPERBOLE TRASLATA

SI DICE TRASLATA QUELL'IPERBOLE IN CUI GLI ASSI DEL SUO SISTEMA DI RIFERIMENTO SONO PARALLELI AGLI ASSI CARTESIANI X E Y.



IL SUO CENTRO È DATO DAL PUNTO $O(\alpha,\beta)$ E LA SUA EQUAZIONE È

$$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} - \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1$$