

# Massima utilità di un consumatore (ESEMPI)

## MASSIMA UTILITÀ DI UN CONSUMATORE CON IL VINCOLO DEL BILANCIO

UN PROBLEMA FONDAMENTALE IN ECONOMIA RIGUARDA LE SCELTE DI BENI E SERVIZI DEL CONSUMATORE.

CONSIDERIAMO L'IPOTESI DI SOLI DUE BENI CON QUANTITÀ  $X_1$  E  $X_2$  CHE FORMANO IL COSIDDETTO **PANIERE DI CONSUMO**  $(X_1, X_2)$ .

PER PROCURARSI TALI BENI IL CONSUMATORE HA A DISPOSIZIONE UNA SOMMA DI DENARO  $B$  DETTA **BILANCIO**.

SE  $P_1$  E  $P_2$  SONO I PREZZI DEI DUE BENI IL VINCOLO DEL BILANCIO SARÀ L'ESPRESSIONE:

$$P_1 X_1 + P_2 X_2 = B$$

TRA TUTTE LE COPPIE  $(X_1, X_2)$  CHE SODDISFANO IL VINCOLO DI BILANCIO SI DEVE TROVARE LA PREFERITA DAL CONSUMATORE.

LE PREFERENZE DEL CONSUMATORE VENGONO ESPRESSE DALLA **FUNZIONE DI UTILITÀ** CHE HA TANTE VARIABILI QUANTI SONO I BENI CONSIDERATI ED È FUNZIONE DELLE QUANTITÀ DEI BENI, CIOÈ NELLA NOSTRA IPOTESI

$$U = f(X_1, X_2)$$

NELLA TEORIA ECONOMICA SI CONSIDERANO DIVERSE TIPOLOGIE DI FUNZIONI DI UTILITÀ CON LA CONDIZIONE CHE SIANO CONTINUE (E QUINDI DERIVABILI) E CHE PER LE DERIVATE PARZIALI PRIME E SECONDE SI ABBIANO

$$\frac{\partial U}{\partial X_1} > 0 \quad \text{E} \quad \frac{\partial U}{\partial X_2} > 0$$



# Massima utilità di un consumatore (ESEMPI)

COSÌ CHE IL PROBLEMA DI STABILIRE LA COPPIA  $(x_1, x_2)$  PREFERITA DAL CONSUMATORE (DETTA ANCHE PANIERE PREFERITO) CONSISTE NEL DETERMINARE IL MASSIMO DELLA FUNZIONE DI UTILITÀ CON IL VINCOLO DEL BILANCIO.

NELL'IPOTESI DI SOLI DUE BENI, IL MASSIMO VINCOLATO DELLA FUNZIONE IN DUE VARIABILI  $U$  LO POSSIAMO DETERMINARE MEDIANTE IL METODO DI SOSTITUZIONE OPPURE MEDIANTE IL METODO DELLE CURVE DI INDIFFERENZA O LINEE DI LIVELLO.

## MASSIMA UTILITÀ VINCOLATA COL METODO DI SOSTITUZIONE

VEDIAMO UN ESEMPIO.

L'UTILITÀ ATRIBUITA DA UN CONSUMATORE ALL'ACQUISTO DI DUE BENI È RAPPRESENTATA DALLA FUNZIONE

$$U = (x_1 + 2)(x_2 + 1)$$

CON UN PREZZO DEI BENI PARI A  $p_1 = 2$ ,  $p_2 = 3$  ED UNA SOMMA DISPONIBILE  $B = 65$ .

DETERMINIAMO LE QUANTITÀ CHE SI POSSONO ACQUISTARE MASSIMIZZANDO L'UTILITÀ TENUTO CONTO DEL VINCOLO DI BILANCIO

$$2x_1 + 3x_2 = 65$$

DALLA RELAZIONE DEL VINCOLO, ESSENDO LINEARE, ESPLICITIAMO UNA DELLE DUE VARIABILI E LA SOSTITUIAMO NELLA FUNZIONE

$$3x_2 = 65 - 2x_1 \Rightarrow x_2 = \frac{65}{3} - \frac{2}{3}x_1$$

# Massima utilità di un consumatore (ESEMPI)

COSÌ

$$U = (X_1 + 2) \left( \frac{65}{3} - \frac{2}{3} X_1 + 1 \right)$$

OTTENENDO COSÌ UNA FUNZIONE IN UNA VARIABLE ( $X_1$ ) CHE SVILUPPANDO I CALCOLI SARÀ:

$$U = (X_1 + 2) \left( \frac{68}{3} - \frac{2}{3} X_1 \right) = \frac{68}{3} X_1 - \frac{2}{3} X_1^2 + \frac{136}{3} - \frac{4}{3} X_1$$

$$U = -\frac{2}{3} X_1^2 + \frac{64}{3} X_1 + \frac{136}{3}$$

CALCOLIAMO LA SUA DERIVATA PRIMA

$$U' = -\frac{4}{3} X_1 + \frac{64}{3}$$

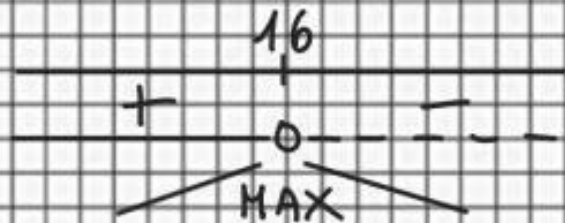
L'ANNULLIAMO  $-\frac{4}{3} X_1 + \frac{64}{3} = 0$

$$-4X_1 + 64 = 0$$

$$X_1 = \frac{64}{4} = 16$$

E NE STUDIAMO IL SEGNO

$$U' > 0 \Rightarrow X_1 < 16 \Rightarrow$$



CIOÈ LA FUNZIONE  $U$  HA UN MASSIMO RELATIVO IN  $X_1 = 16$ , E DALL'ESPRESSIONE DEL VINCOLO

$$X_2 = \frac{65}{3} - \frac{2}{3} \cdot 16 = \frac{65}{3} - \frac{32}{3} = \frac{33}{3} = 11$$

QUINDI L'UTILITÀ MASSIMA SI HA CON IL PANIERE PREFERITO

$$(16; 11)$$

ED È DI

$$U = (16 + 2)(11 + 1) = 18 \cdot 12 = 216$$



# Massima utilità di un consumatore (ESEMPI)

## ESEMPI

1 UN CONSUMATORE DISPONE DI €120 PER L'ACQUISTO DI 2 BENI I CUI PREZZI SONO €10 ED €15. LA FUNZIONE DI UTILITÀ È ESPRESSA DALLA RELAZIONE

$$U = 10\sqrt{X_1 X_2}$$

DETERMINARE IL PANIERE PERFETTO CHE MASSIMIZZA L'UTILITÀ.

SCRIVIAMO IL VINCOLO DEL BILANCIO

$$10X_1 + 15X_2 = 120$$

LO ESPPLICITIAMO PER UNA DELLE DUE INCOGNITE ( $X_1$ )

$$X_1 = 12 - \frac{3}{2}X_2$$

TALE ESPRESSIONE LA SOSTITUIAMO NELLA FUNZIONE DI UTILITÀ

$$U = 10\sqrt{\left(12 - \frac{3}{2}X_2\right)X_2}$$

OTTENENDO UNA FUNZIONE NELLA SOLA INCOGNITA  $X_2$

$$U = 10\sqrt{12X_2 - \frac{3}{2}X_2^2}$$

CALCOLIAMO LA DERIVATA DI U

$$U' = \cancel{10}^5 \cdot \frac{12 - 3X_2}{\cancel{2}^1 \sqrt{12X_2 - \frac{3}{2}X_2^2}} = \frac{60 - 15X_2}{\sqrt{12X_2 - \frac{3}{2}X_2^2}}$$

L'AZZERIAMO

$$U' = 0 \Rightarrow 60 - 15X_2 = 0 \Rightarrow X_2 = \frac{60}{15} = 4$$

E NE STUDIAMO IL SEGNO

$$U' > 0 \Rightarrow \begin{array}{l} N) 60 - 15X_2 > 0 \\ D) \sqrt{12X_2 - \frac{3}{2}X_2^2} > 0 \end{array}$$



# Massima utilità di un consumatore (ESEMPI)

$$N) 60 - 15X_2 > 0 \Rightarrow X_2 < 4$$

$$D) \sqrt{12X_2 - \frac{3}{2}X_2^2} > 0 \Rightarrow 12X_2 - \frac{3}{2}X_2^2 > 0 \Rightarrow 3X_2(4 - \frac{1}{2}X_2) = 0$$

$$\Rightarrow X_2 = 0 \text{ E } X_2 = 8 \Rightarrow 0 < X_2 < 8$$

CIO È		0	4	8
N		-	+	-
D		-	+	-

QUANTITÀ NEGATIVA

MAX

IN  $X_2 = 4$  LA FUNZIONE DI UTILITÀ È MASSIMA, COSÌ

$$X_1 = 12 - \frac{3}{2} \cdot 4 = 12 - 6 = 6$$

E QUINDI  $X_1 = 6$  E  $X_2 = 4$  CON UTILITÀ MASSIMA PARI A:

$$U = 10\sqrt{6 \cdot 4} = 10\sqrt{6 \cdot 2^2} = 10 \cdot 2\sqrt{6} = 20\sqrt{6}$$

2 DETERMINARE LE QUANTITÀ DI BENI CHE MASSIMIZZANO L'UTILITÀ DI UN CONSUMATORE DATA DALLA RELAZIONE

$$U = 2X_1X_2$$

CON UNA SOMMA MASSIMA DI 12 E PREZZI  $P_1 = 2$  E  $P_2 = 1$ .

$$2X_1 + X_2 = 12 \Rightarrow X_2 = 12 - 2X_1$$

$$U = 2X_1(12 - 2X_1) = 24X_1 - 4X_1^2$$

$$U' = 0 \Rightarrow 24 - 8X_1 = 0 \Rightarrow X_1 = 3 \Rightarrow U' > 0 \Rightarrow X < 3 \text{ E } X = 3 \text{ MAX}$$

$$\text{COSÌ } X_2 = 12 - 2 \cdot 3 = 12 - 6 = 6$$

QUINDI (3; 6) PANIERE PERFETTO

$$E U = 2 \cdot 3 \cdot 6 = 36 \text{ UTILITÀ MASSIMA}$$