

PRODOTTI NOTEVOLI

QUADRATO DI BINOMIO

$$\triangleright (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

ESEMPIO:

$$(x+2)^2 = x^2 + 2x + 4$$

$$\triangleright (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

ESEMPIO:

$$(x-2)^2 = x^2 - 2x + 4$$

QUADRATO DI TRINOMIO

$$\triangleright (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

PRODOTTO DI UNA SOMMA PER UNA DIFFERENZA, OPPURE DIFFERENZA DI DUE QUADRATI

$$\triangleright (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

CUBO DI BINOMIO

$$\triangleright (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\triangleright (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

SOMMA DI DUE CUBI

$$\triangleright a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

DIFFERENZA DI DUE CUBI

$$\triangleright a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

PRODOTTI NOTEVOLI

CUBO DI UN TRINOMIO

$$(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3a^2c + 3ac^2 + 3b^2c + 3bc^2 + 6abc$$

ESEMPIO:

$$\begin{aligned}(3x+2y+1)^3 &= 27x^3 + 8y^3 + 1 + 3 \cdot (3x)^2 \cdot (2y) + 3(3x) \cdot (2y)^2 + 3(3x)^2 \cdot 1 + \\ &+ 3(3x) \cdot 1^2 + 3(2y)^2 \cdot 1 + 3(2y) \cdot 1^2 + 6(3x)(2y) \cdot 1 = \\ &= 27x^3 + 8y^3 + 1 + 54x^2y + 48xy^2 + 27x^2 + 9x + \\ &+ 12y^2 + 6y + 36xy\end{aligned}$$

POTENZA M-ESIMA DI UN BINOMIO $(a+b)^m$

LA POTENZA M-ESIMA DI UN BINOMIO È UGUALE AD UN POLINOMIO FORMATO DA $(m+1)$ TERMINI (MONOMI) DELLO STESSO GRADO E ORDINATI SECONDO LE POTENZE DECRESCENTI DEL PRIMO TERMINE DEL BINOMIO "a" E ORDINATI SECONDO LE POTENZE CRESCENTI DEL SECONDO TERMINE DEL BINOMIO "b", COME AD ESEMPIO:

$$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$

$$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$$

I COEFFICIENTI NUMERICI DI OGNI SINGOLO MONOMIO NEL POLINOMIO RESULTANTE, SI POSSONO RICAVARE FACILMENTE MEDIANTE IL COSIDDETTO TRIANGOLO DI PASCAL COMUNEMENTE NOTO COME TRIANGOLO DI TARTAGLIA.

PER COSTRUIRE QUESTO TRIANGOLO DI COEFFICIENTI NUMERICI, BISOGNA RICORDARE CHE:

- 1) SI PARTE DAL VERTICE IN ALTO DOVE C'È SEMPRE 1 CHE RAPPRESENTA LA POTENZA M-ESIMA CON $m=0$;
- 2) OGNI RIGA SUCCESSIVA, A SCENDERE, HA UN ELEMENTO IN PIÙ DELLA PRECEDENTE;
- 3) OGNI RIGA INIZIA CON 1 E TERMINA CON 1;

PRODOTTI NOTEVOLI

4) OGNI NUMERO È LA SOMMA DEI DUE NUMERI SOPRA AD ESSO;

PROVIAMO QUINDI A COSTRUIRE LE PRIME 7 RIGHE DEL TRIANGOLO; FACENDO RIFERIMENTO AL GENERALICO BINOMIO

POTENZA BINOMIO						POLINOMIO RISULTANTE	
$(a+b)^0$	1					1	
$(a+b)^1$	1	1				$a+b$	
$(a+b)^2$	1	2	1			$a^2 \cdot b^0 + 2ab + a \cdot b^2$	
$(a+b)^3$	1	3	3	1		$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	
$(a+b)^4$	1	4	6	4	1	$a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$	
$(a+b)^5$	1	5	10	10	5	?	
$(a+b)^6$	1	6	15	20	15	6	?

COSÌ DOVEDO CALCOLARE AD ESEMPIO:

$$(a+b)^6$$

DAL TRIANGOLO RICEVIAMO CHE È UGUALE A:

$$1 \cdot a^6 \cdot b^0 + 6a^5b^1 + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + 1a^0b^6$$

CIOÈ:

$$(a+b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$

NOTA BENE:

SE UN COEFFICIENTE È NEGATIVO, COME AD ESEMPIO $(a-b)^3$

$$\begin{aligned} (a-b)^3 &= [a+(-b)]^3 = a^3 + 3a^2(-b) + 3a(-b)^2 + (-b)^3 = \\ &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \end{aligned}$$