I RADICALI

DEFINIZIONE DI RADICALE ARITMETICO:

SI DEFINISCE RADICALE ARITMETICO DI UN NUMERO "a", INDICANDOLO CON:

$$\sqrt[m]{a}$$

QUEL NUMERO "b" TALE CHE:

$$b^m = a$$

DOVE "a" e "b" SONO NUMERI REALI POSITIVI (≥ 0) ED m NUMERO INTERO STRETTAMENTE POSITIVO (>0)
QUINDI:

$$\boxed{\sqrt[m]{a} = b \quad \text{SE E SOLO SE} \quad b^m = a}$$

DEFINIZIONE DI RADICALE ALGEBRICO:

SI DEFINISCE RADICALE ALGEBRICO DI UN NUMERO "a", INDICANDOLO CON:

$$\sqrt[m]{a}$$

QUEL NUMERO "b" TALE CHE:

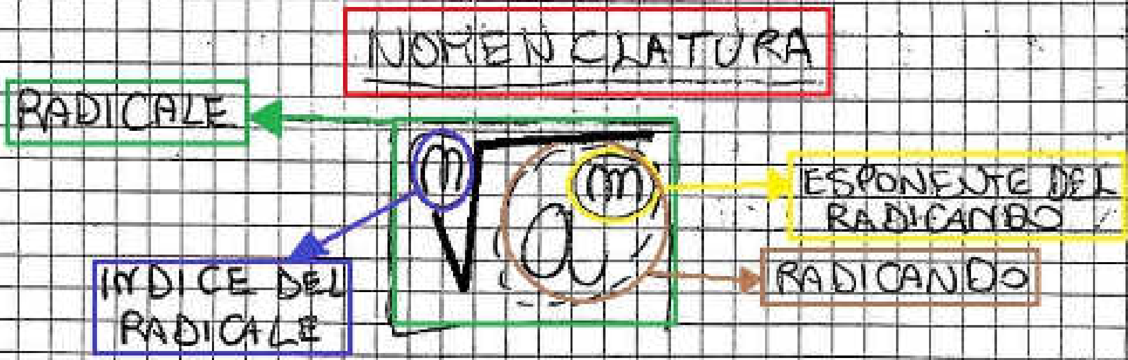
$$b^m = a$$

E DOVE QUESTA VOLTA "a" e "b" SONO NUMERI REALI QUALSIASI ED m NUMERO INTERO STRETTAMENTE POSITIVO (>0)
E CIOÈ

$$\boxed{\sqrt[m]{a} = b \quad \text{SE E SOLO SE} \quad b^m = a}$$

I RADICALI

NOMENCLATURA



REGOLE BASILARI

IL RADICALE CON INDICE 2 SI CHIAMA "RADICE QUADRATA" ED IN ESSO SI OMETTE LA SCRITTURA DELL'INDICE:

$$\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$$

IL RADICALE CON INDICE Ø NON HA SIGNIFICATO PERCHÉ PER DEFINIZIONE L'INDICE È UN NUMERO INTERO STRETTAMENTE POSITIVO:

$\sqrt[0]{a}$ NON HA SIGNIFICATO

RADICALI E POTENZE

IL RADICALE DI UN NUMERO "a" È UGUALE AD UNA POTENZA CON ESPONENTE FRAZIONARIO, NELLA QUALE LA BASE È IL NUMERO "a", IL NUMERATORE DELL'ESPONENTE È L'ESPONENTE DEL RADICANDO E IL DENOMINATORE DELL'ESPONENTE È L'INDICE DEL RADICALE, CIOÈ:

$$\boxed{\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}}$$ (VEDI POTENZE AD ESPONENTE FRAZIONARIO)

I RADICALI

DA QUESTO UN'ALTRA REGOLA BASILARE, LA QUALE CI DICE CHE, IL RADICALE CON INDICE 1 È UGUALE AL RADICANDO, CIOÈ

$$\boxed{\sqrt[1]{a} = a}$$

PERCHÉ:

$$\boxed{\sqrt[1]{a} = \sqrt[1]{a^1} = a^{\frac{1}{1}} = a^1 = a}$$

ESEMPI

$\sqrt{0} = 0 \qquad a=0;\ b=0$ e $m=2$ QUINDI $0^2=0$

$\sqrt[3]{0} = 0 \qquad a=0;\ b=0$ e $m=3 \Rightarrow 0^3=0$

$\sqrt{1} = 1 \qquad a=1;\ b=1$ e $m=2 \Rightarrow 1^2=1$

$\sqrt[5]{1} = 1 \qquad a=1;\ b=1$ e $m=5 \Rightarrow 1^5=1$

$\sqrt[2]{4} = 2 \qquad a=4;\ b=2$ e $m=2 \Rightarrow 2^2=4$

$\sqrt[3]{27} = 3 \qquad a=27;\ b=3$ e $m=3 \Rightarrow 3^3=27$

$\sqrt[4]{16} = 2 \qquad a=16;\ b=2$ e $m=4 \Rightarrow 2^4=16$

$\sqrt[4]{81} = 3 \qquad a=81;\ b=3$ e $m=4 \Rightarrow 3^4=81$

$\sqrt[2]{81} = 9 \qquad a=81;\ b=9$ e $m=2 \Rightarrow 9^2=81$

I RADICALI

OPERAZIONI

NOME	OPERAZIONE	ESEMPIO
SEMPLIFICAZIONE	$\sqrt[m\cdot n]{a^{n}} = \sqrt[m]{a}$ PERCHÉ: $\sqrt[m\cdot n]{a^{n}} = a^{\frac{\cancel{n}}{m\cdot \cancel{n}}} = a^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{a}$	$\sqrt[6]{4} = \sqrt[2\cdot 3]{2^{2}} = \sqrt[3]{2}$ OPPURE $\sqrt[9]{8} = \sqrt[3\cdot 3]{2^{3}} = \sqrt[3]{2}$
RIDUZIONE ALLO STESSO INDICE	$\sqrt[m]{a}$ e $\sqrt[n]{b}$ SI POSSONO SCRIVERE COME: $\sqrt[m\cdot n]{a^{n}}$ e $\sqrt[m\cdot n]{b^{m}}$ CHE SI DIMOSTRA CON LA OPERAZIONE PRECEDENTE	$\sqrt[5]{2}$ e $\sqrt{3}$ DIVENTANO $\sqrt[10]{2^{2}}$ e $\sqrt[10]{3^{5}}$
PRODOTTO DI RADICALI	CON INDICE UGUALE $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a\cdot b}$ CON INDICE DIVERSO $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[m]{b} = \sqrt[m\cdot n]{a^{m}\cdot b^{n}}$ PERCHÉ: CON INDICE UGUALE $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b} = a^{\frac{1}{n}}\cdot b^{\frac{1}{n}} = (a\cdot b)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a\cdot b}$ CON INDICE DIVERSO $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[m]{b} = \sqrt[m\cdot n]{a^{m}}\cdot\sqrt[m\cdot n]{b^{n}} = a^{\frac{m}{m\cdot n}}\cdot b^{\frac{n}{m\cdot n}} = (a^{m}\cdot b^{n})^{\frac{1}{m\cdot n}}$	$\sqrt[4]{5}\cdot\sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{5\cdot 3} = \sqrt[4]{15}$ OPPURE $\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{4} = \sqrt[6]{3^{3}\cdot 4^{2}} = \sqrt[6]{27\cdot 16} = \sqrt[6]{432}$

I RADICALI

RAPPORTO DI RADICALI	CON INDICE UGUALE $\sqrt[m]{a}:\sqrt[m]{b}=\sqrt[m]{\frac{a}{b}}$ CON INDICE DIVERSO $\sqrt[m]{a}:\sqrt[n]{b}=\sqrt[m\cdot n]{\frac{a^n}{b^m}}$ CHE SI DIMOSTRA ESATTAMENTE COME IL PRODOTTO	$\sqrt[4]{5}:\sqrt[4]{3}=\sqrt[4]{\frac{5}{3}}$ OPPURE $\sqrt{3}:\sqrt[3]{4}=\sqrt[6]{\frac{3^3}{4^2}}=$ $=\sqrt[6]{\frac{27}{16}}$
TRASPORTO DI FATTORE DENTRO LA RADICE	$a\sqrt[m]{b}=\sqrt[m]{a^m\cdot b}$ PERCHÉ $a\cdot\sqrt[m]{b}=\sqrt[m]{a^m}\cdot\sqrt[m]{b}=$ $=\sqrt[m]{a^m\cdot b}$	$3\cdot\sqrt{2}=\sqrt{3^2\cdot 2}=$ $=\sqrt{9\cdot 2}=\sqrt{18}$
TRASPORTO DI FATTORE FUORI DALLA RADICE	$\sqrt[m]{a^m b}=a\cdot\sqrt[m]{b}$ OPPURE $\sqrt[m]{a^{m+n}}=\sqrt[m]{a^m\cdot a^n}=a\cdot\sqrt[m]{a^n}$ CHE SI DIMOSTRANO COME LA PRECEDENTE, SOLO CHE NELLA SECONDA SI SFRUTTA LA REGOLA DEL PRODOTTO TRA POTENZE CON BASE UGUALE	$\sqrt{27}=\sqrt{3^3}=\sqrt{3^2\cdot 3}$ $=3\sqrt{3}$ OPPURE $\sqrt[3]{81}=\sqrt[3]{3^4}=\sqrt[3]{3^3\cdot 3}$ $=3\sqrt[3]{3}$ OPPURE $\sqrt[3]{40}=\sqrt[3]{2^3\cdot 5}=2\sqrt[3]{5}$

I RADICALI

POTENZA DI RADICALI	$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$ PERCHÉ: $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m =$ $= a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$	$\left(\sqrt{3}\right)^2 = \sqrt{3^2} = \sqrt{9} = 3$
RADICE DI RADICE	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$ PERCHÉ: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{m}} =$ $= a^{\frac{1}{m \cdot n}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$	$\sqrt[3]{\sqrt{3}} = \sqrt[6]{3}$
SOMMA ALGEBRICA DI RADICALI SIMILI	$x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} =$ $= (x \pm y)\sqrt[n]{a}$ PERCHÉ SI RACCOGLIE IL RADICALE SIMILE.	$10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ OPPURE $4\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{2} = 7\sqrt[3]{2}$

IL RADICALE DOPPIO

SE UN RADICALE CON INDICE 2 (CIOÈ UNA RADICE QUADRATA), HA UN RADICANDO CHE È LA SOMMA DI UN MONOMIO E DI UN'ALTRA RADICE QUADRATA, PRENDE IL NOME DI RADICALE DOPPIO, CIOÈ

I RADICALI

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$$

SE

$$\boxed{(a^2 - b)}$$

È UN QUADRATO PERFETTO, ALLORA SI APPLICA LA FORMULA DEL RADICALE DOPPIO CHE PERMETTE DI TRASFORMARE IL RADICALE DOPPIO NELLA SOMMA DI DUE RADICI SINGOLE, CIOÈ:

$$\boxed{\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}}$$

ESEMPIO:

$$\sqrt{7 + 2\sqrt{10}} = \sqrt{7 + \sqrt{40}}$$

$a = 7$ $b = 40$ $a^2 - b = 49 - 40 = = 9$ QUADRATO PERFETTO

QUINDI:

$$\sqrt{7 + \sqrt{40}} = \sqrt{\frac{7 + \sqrt{9}}{2}} + \sqrt{\frac{7 - \sqrt{9}}{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}} + \sqrt{\frac{4}{2}} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

RAZIONALIZZAZIONE

QUANDO AL DENOMINATORE DI UNA FRAZIONE COMPAIONO UNO O PIÙ RADICALI, QUESTO RAPPRESENTA UN NUMERO IRRAZIONALE, QUINDI MEDIANTE L'OPERAZIONE DI RAZIONALIZZAZIONE SI ELIMINANO I RADICALI PRESENTI AL DENOMINATORE, TRASFORMANDOLO COSÌ IN UN NUMERO RAZIONALE.

VALE LA PENA RICORDARE CHE UN NUMERO RAZIONALE

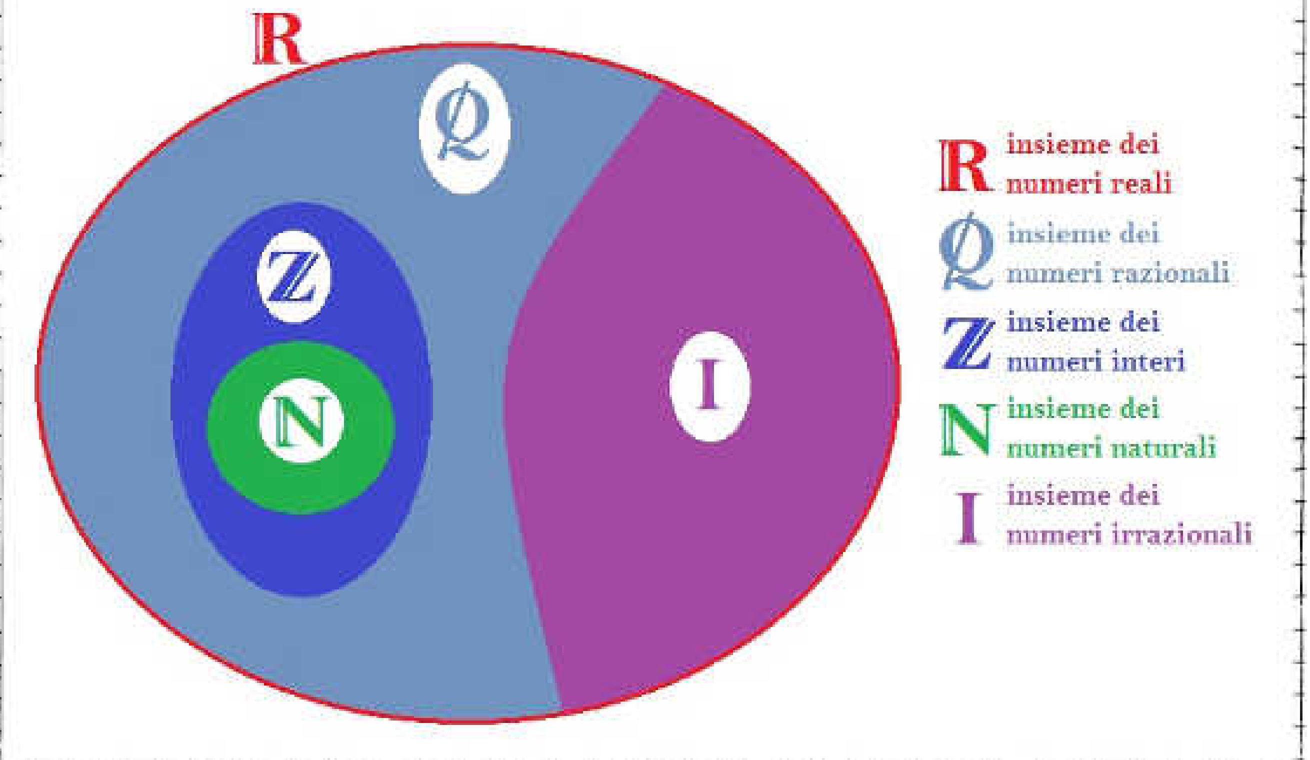
I RADICALI

È UN NUMERO OTTENIBILE COME RAPPORTO TRA DUE NUMERI INTERI, CON IL SECONDO DIVERSO DA ZERO, ESPRIMIBILE QUINDI MEDIANTE UNA FRAZIONE O DEL QUALE ESISTE UNA FRAZIONE GENERATRICE CHE LO DETERMINI

MENTRE UN NUMERO IRRAZIONALE È UN NUMERO DECIMALE SEMPRE ILLIMITATO E NON PERIODICO CHE NON PUÒ ESSERE ESPRESSO SOTTO FORMA DI FRAZIONE

L'UNIONE TRA GLI INSIEMI DEI NUMERI RAZIONALI E DEI NUMERI IRRAZIONALI COSTITUISCE L'INSIEME DEI NUMERI REALI, CHE A SUA VOLTA CONTIENE L'INSIEME DEI NUMERI INTERI E L'INSIEME DEI NUMERI NATURALI

IL TUTTO SI PUÒ SPIEGARE CON IL SEGUENTE DIAGRAMMA DI EULERO-VENN:



5

OPERAZIONI DI RAZIONALIZZAZIONE

PER RAZIONALIZZARE IL DENOMINATORE DI UNA FRAZIONE BISOGNA MOLTIPLICARE LA FRAZIONE PER UN FATTORE DETTO "FATTORE RAZIONALIZZANTE" CON VALORE PARI AD 1 E CHE VIENE SCELTO A SECONDA DEL TIPO DI DENOMINATORE, DISTINGUENDO 4 DIVERSI CASI:

1° CASO - UNA SOLA RADICE QUADRATA AL DENOMINATORE

$\frac{x}{\sqrt{a}}$ SI MOLTIPLICANO NUMERATORE E DENOMINATORE PER LO STESSO RADICALE PRESENTE AL DENOMINATORE

QUINDI:

FATTORE RAZIONALIZZANTE = 1

$$\frac{x}{\sqrt{a}}\cdot\boxed{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}}=\frac{x\cdot\sqrt{a}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}}=\frac{x\cdot\sqrt{a}}{\sqrt{a\cdot a}}=\frac{x\cdot\sqrt{a}}{\cancel{\sqrt{a^2}}}=\frac{x\cdot\sqrt{a}}{a}$$

ESEMPI:

I) $$\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2\cdot2}}=\frac{3\sqrt{2}}{\cancel{\sqrt{2^2}}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

II) $$\frac{2}{5\sqrt{3}}=\frac{2}{5\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{3\cdot3}}=\frac{2\sqrt{3}}{5\cancel{\sqrt{3^2}}}=\frac{2\sqrt{3}}{5\cdot3}=\frac{2\sqrt{3}}{15}$$

2° CASO - UNA SOLA RADICE NON QUADRATA AL DENOMINATORE

FATTORE RAZIONALIZZANTE = 1

$$\frac{x}{\sqrt[n]{a^m}}=\frac{x}{\sqrt[n]{a^m}}\cdot\boxed{\frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^{n-m}}}}=\frac{x\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^m\cdot a^{n-m}}}=\frac{x\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\cancel{\sqrt[n]{a^n}}}=\frac{x\sqrt[n]{a^{n-m}}}{a}$$

ESEMPI:

I) $$\frac{3}{\sqrt[3]{5^2}}=\frac{3}{\sqrt[3]{5^2}}\cdot\frac{\sqrt[3]{5^{3-2}}}{\sqrt[3]{5^{3-2}}}=\frac{3}{\sqrt[3]{5^2}}\cdot\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}}=\frac{3\cdot\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5^2\cdot5}}=\frac{3\sqrt[3]{5}}{\cancel{\sqrt[3]{5^3}}}=\frac{3\sqrt[3]{5}}{5}$$

II) $\frac{3}{\sqrt[7]{a^2b^3c^5}} = \frac{3}{\sqrt[7]{a^2b^3c^5}} \cdot \frac{\sqrt[7]{a^5b^4c^2}}{\sqrt[7]{a^5b^4c^2}} = \frac{3\sqrt[7]{a^5b^4c^2}}{\sqrt[7]{a^2a^5 \cdot b^3b^4 \cdot c^5c^2}} =$

$= \frac{3\sqrt[7]{a^5b^4c^2}}{\cancel{\sqrt[7]{a^7b^7c^7}}} = \frac{3\sqrt[7]{a^5b^4c^2}}{abc}$

3° CASO – UN POLINOMIO CON UNA O PIÙ RADICI QUADRATE AL DENOMINATORE

FATTORE RAZIONALIZZANTE = 1

$$\frac{x}{a+\sqrt{b}} = \frac{x}{a+\sqrt{b}} \cdot \frac{a-\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}} = \frac{x(a-\sqrt{b})}{(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b})} = \frac{x(a-\sqrt{b})}{a^2-(\sqrt{b})^2} = \frac{x(a-\sqrt{b})}{a^2-b}$$

$$\frac{x}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{x}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{x(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{x(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2} = \frac{x(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$$

ESEMPI:

I) $\frac{3}{2-\sqrt{5}} = \frac{3}{2-\sqrt{5}} \cdot \frac{2+\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} = \frac{3(2+\sqrt{5})}{2^2-(\sqrt{5})^2} = \frac{3(2+\sqrt{5})}{4-5} = -3(2+\sqrt{5})$

II) $\frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \frac{5(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{5(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{7-3} = \frac{5}{4}(\sqrt{7}-\sqrt{3})$

★ → VEDI PRODOTTI NOTEVOLI!

4° CASO – UN BINOMIO CON UNA O DUE RADICI CUBICHE AL DENOMINATORE

FATTORE RAZIONALIZZANTE = 1

$$\frac{x}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}} = \frac{x}{(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b})} \cdot \frac{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})} = \frac{x(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})}{a+b}$$

RICORDANDO CHE PER I PRODOTTI NOTEVOLI SI HA:

$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$ E $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$

ESEMPIO:

$$\frac{3}{\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{5}}=\frac{3}{\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{5}}\cdot\frac{\left(\sqrt[3]{7^2}+\sqrt[3]{7\cdot5}+\sqrt[3]{5^2}\right)}{\left(\sqrt[3]{7^2}+\sqrt[3]{7\cdot5}+\sqrt[3]{5^2}\right)}=\frac{3\left(\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{35}+\sqrt[3]{25}\right)}{7-5}=$$

$$=\frac{3}{2}\cdot\left(\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{35}+\sqrt[3]{25}\right)$$

ESERCIZI

SEMPLIFICAZIONE DI RADICALI

- $\sqrt{a^4b^8c^6}=\sqrt{a^4}\cdot\sqrt{b^8}\cdot\sqrt{c^6}=\left(a^4\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(b^8\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(c^6\right)^{\frac{1}{2}}=$

  $=a^{\frac{4}{2}}\cdot b^{\frac{8}{2}}\cdot c^{\frac{6}{2}}=a^2\cdot b^4\cdot c^3$

- $\sqrt[3]{a^9b^{12}c^6}=\sqrt[3]{a^9}\cdot\sqrt[3]{b^{12}}\cdot\sqrt[3]{c^6}=\left(a^9\right)^{\frac{1}{3}}\cdot\left(b^{12}\right)^{\frac{1}{3}}\cdot\left(c^6\right)^{\frac{1}{3}}=$

  $=a^{\frac{9}{3}}\cdot b^{\frac{12}{3}}\cdot c^{\frac{6}{3}}=a^3\cdot b^4\cdot c^2$

- $\sqrt[4]{9a^2-12ab+4b^2}=\sqrt[4]{(3a-2b)^2}=\left[(3a-2b)^2\right]^{\frac{1}{4}}=$

  $=(3a-2b)^{\frac{2}{4}}=(3a-2b)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{3a-2b}$

RIDUZIONE ALLO STESSO INDICE

- $\sqrt[3]{16}$; $\sqrt{27}$; $\sqrt[4]{125}$: CALCOLIAMO IL m.c.m DEGLI INDICI

  m.c.m. $(3,2,4)=12$, COSì

  $\sqrt[12]{16^4}$; $\sqrt[12]{27^6}$; $\sqrt[12]{125^3}$ $\Rightarrow$ $\sqrt[12]{(2^4)^4}$; $\sqrt[12]{(3^3)^6}$; $\sqrt[12]{(5^3)^3}$

  $\Rightarrow\sqrt[12]{2^{16}}$; $\sqrt[12]{3^{18}}$; $\sqrt[12]{5^9}$

- $\sqrt{a^3+b^2}$; $\sqrt[12]{a^2-b^2}$; $\sqrt[6]{a^2-ab}$ $\quad$ m.c.m$(2,12,6)=12$

COSÌ:

$\sqrt[12]{(a^3+b^2)^6}$; $\sqrt[12]{a^2-b^2}$; $\sqrt[12]{(a^2-ab)^2}$

TRASPORTO DI FATTORI DENTRO LA RADICE

- $\left(\frac{3}{2}-1\right)\sqrt{\frac{8}{5}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{8}{5}} = \sqrt{\frac{1}{\cancel{2^2}}\cdot\frac{\cancel{8}^2}{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$
- $\frac{a^2 b}{c^3}\cdot\sqrt[4]{\frac{3a^2c^{11}}{b^4}} = \sqrt[4]{\frac{a^8\cancel{b^4}}{c^{12}}\cdot\frac{3a^2c^{11}}{\cancel{b^4}}} = \sqrt[4]{\frac{3a^{10}}{c}}$

TRASPORTO DI FATTORI FUORI DALLA RADICE

- $\sqrt{\frac{8}{81}} = \sqrt{\frac{2^3}{3^4}} = \sqrt{\frac{2^2\cdot 2}{3^2\cdot 3^2}} = \frac{2}{3\cdot 3}\sqrt{2} = \frac{2}{9}\sqrt{2}$
- $\sqrt{4x^4-4x^2} = \sqrt{4x^2(x^2-1)} = 2x\sqrt{x^2-1}$

SOMMA ALGEBRICA DI RADICALI

- $2\sqrt{27}-5\sqrt{48}+3\sqrt{75} = 2\sqrt{3^3}-5\sqrt{2^4\cdot 3}+3\sqrt{5^2\cdot 3} =$

$=2\sqrt{3^2\cdot 3}-5\sqrt{2^2\cdot 2^2\cdot 3}+3\cdot 5\sqrt{3} = 2\cdot 3\sqrt{3}-5\cdot 2\cdot 2\sqrt{3}+15\sqrt{3}=$

$=6\sqrt{3}-20\sqrt{3}+15\sqrt{3}=\sqrt{3}$

ESPRESSIONI CON I RADICALI

- $(\sqrt{5}-\sqrt{3})\sqrt{4+\sqrt{15}}$ $\quad$ VISTO CHE $4^2-15=16-15=1$ È UN QUADRATO PERFETTO, ALLORA $\sqrt{4+\sqrt{15}}$ È UN RADICALE DOPPIO

COSÌ

$=(\sqrt{5}-\sqrt{3})\left(\sqrt{\frac{4+1}{2}}+\sqrt{\frac{4-1}{2}}\right) = (\sqrt{5}-\sqrt{3})\left(\sqrt{\frac{5}{2}}+\sqrt{\frac{3}{2}}\right)=$

$=\sqrt{5}\cdot\sqrt{\frac{5}{2}}+\sqrt{5}\cdot\sqrt{\frac{3}{2}}-\sqrt{3}\cdot\sqrt{\frac{5}{2}}-\sqrt{3}\sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{5\cdot 5}{2}}+\cancel{\sqrt{\frac{5\cdot 3}{2}}}-\cancel{\sqrt{\frac{3\cdot 5}{2}}}-\sqrt{\frac{3\cdot 3}{2}}=$

$=5\sqrt{\frac{1}{2}}-3\sqrt{\frac{1}{2}}=2\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}$