REGOLA DI RUFFINI

QUANDO SI VUOLE DIVIDERE UN POLINOMIO QUALSIASI $P(x)$ PER UN POLINOMIO $D(x)$ CHE È UN BINOMIO DI 1° GRADO, POSSIAMO UTILIZZARE LA REGOLA DI RUFFINI, IN MODO CHE, RICORDANDO SEMPRE LA REGOLA DELLA DIVISIONE, POSSIAMO SCRIVERE:

$$P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R$$

CIOÈ

DIVIDENDO = DIVISORE × QUOZIENTE + RESTO

DOVE

$P(x)$ GRADO m
$D(x)$ GRADO 1
$Q(x)$ GRADO $m-1$
R È UN NUMERO

VEDIAMO IL MECCANISMO DELLA REGOLA CON DEGLI ESEMPI.

ESEMPIO 1

EFFETTUIAMO LA SEGUENTE DIVISIONE

$$\left(3x^2 - 4x^4 + 2x^6 - 1\right) : (x - 1)$$

VISTO CHE IL DIVISORE È UN BINOMIO DI 1° GRADO ALLORA POSSIAMO APPLICARE LA REGOLA DI RUFFINI.

PER PRIMA COSA ORDINIAMO SEMPRE I POLINOMI PER POTENZE DECRESCENTI DELLA VARIABILE E

REGOLA DI RUFFINI

COMPLETIAMO SE NECESSARIO IL POLINOMIO DIVIDENDO:

$$\left(2x^6+0x^5-4x^4+0\cdot x^3+3x^2+0\cdot x-1\right):(x-1)$$

	2	0	-4	0	3	0	-1
+1							

CREIAMO UNA GRIGLIA COME IN FIGURA METTENDO IN ALTO TUTTI I COEFFICIENTI DEL POLINOMIO DIVIDENDO E NELL'ANGOLO IN BASSO A SINISTRA L'OPPOSTO DEL TERMINE NOTO DEL POLINOMIO DIVISORE (+1)

	2	0	-4	0	3	0	-1
+1							
	2						

SI RIPORTA IN BASSO IL PRIMO COEFFICIENTE (2)

	2	0	-4	0	3	0	-1
+1	×	2					
	2						

SI MOLTIPLICA IL COEFFICIENTE IN BASSO PER L'OPPOSTO DEL TERMINE NOTO DEL DIVISORE E SI SCRIVE IL RISULTATO SUBITO SOTTO IL SECONDO COEFFICIENTE

	2	0	-4	0	3	0	-1
+1		2					
	2	2					

SI SOMMANO I NUMERI DELLA COLONNA DEL SECONDO COEFFICIENTE (SECONDA COLONNA) E SI RIPORTA IL RISULTATO IN BASSO

REGOLA DI RUFFINI

$$\begin{array}{c|cccccc|c} & 2 & 0 & -4 & 0 & 3 & 0 & -1 \\ +1 & & 2 & 2 & & & & \\ \hline & 2 & 2 & & & & & \end{array}$$

SI MOLTIPLICA IL NUOVO NUMERO IN BASSO SEMPRE PER L'OPPOSTO DEL TERMINE NOTO DEL DIVISORE (+1) E SI SCRIVE IL RISULTATO SUBITO SOTTO IL TERZO COEFFICIENTE.

$$\begin{array}{c|cccccc|c} & 2 & 0 & -4 & 0 & 3 & 0 & -1 \\ +1 & & 2 & 2 & & & & \\ \hline & 2 & 2 & -2 & & & & \end{array}$$

SI SOMMANO I NUMERI DELLA TERZA COLONNA E SI RIPORTA IL RISULTATO IN BASSO

$$\begin{array}{c|cccccc|c} & 2 & 0 & -4 & 0 & 3 & 0 & -1 \\ +1 & & 2 & 2 & -2 & & & \\ \hline & 2 & 2 & -2 & & & & \end{array}$$

SI MOLTIPLICA SEMPRE IL NUOVO NUMERO IN BASSO PER L'OPPOSTO DEL TERMINE NOTO DEL DIVISORE E SI SCRIVE IL RISULTATO SOTTO IL QUARTO COEFFICIENTE.

$$\begin{array}{c|cccccc|c} & 2 & 0 & -4 & 0 & 3 & 0 & -1 \\ +1 & & 2 & 2 & -2 & & & \\ \hline & 2 & 2 & -2 & -2 & & & \end{array}$$

SI SOMMANO I NUMERI DELLA QUARTA COLONNA E SI RIPORTA IL RISULTATO IN BASSO

$$\begin{array}{c|cccccc|c} & 2 & 0 & -4 & 0 & 3 & 0 & -1 \\ +1 & & 2 & 2 & -2 & -2 & & \\ \hline & 2 & 2 & -2 & -2 & & & \end{array}$$

SI MOLTIPLICA ANCORA IL NUOVO NUOVO NUMERO IN BASSO SEMPRE PER L'OPPOSTO DEL TERMINE NOTO DEL DIVISORE E SI SCRIVE IL RISULTATO SOTTO IL QUINTO COEFFICIENTE

REGOLA DI RUFFINI

	2	0	-4	0	3	0	-1
+1		2	2	-2	-2		
	2	2	-2	-2	1		

SI SOMMANO I NUMERI DELLA QUINTA COLONNA E SI RIPORTA IL RISULTATO IN BASSO

	2	0	-4	0	3	0	-1
+1		2	2	-2	-2	1	
	2	2	-2	-2	1		

SI MOLTIPLICA SEMPRE IL NUOVO NUMERO PER L'OPPOSTO DEL TERMINE NOTO DEL DIVISORE E SI RIPORTA IL RISULTATO SUBITO SOTTO IL COEFFICIENTE SUCCESSIVO

	2	0	-4	0	3	0	-1
+1		2	2	-2	-2	1	
	2	2	-2	-2	1	1	

SI SOMMANO I NUMERI E SI RIPORTA IL RISULTATO IN BASSO

	2	0	-4	0	3	0	-1
+1		2	2	-2	-2	1	1
	2	2	-2	-2	1	1	

SI MOLTIPLICA E SI RIPORTA IL RISULTATO IL COEFFICIENTE SUCCESSIVO

	2	0	-4	0	3	0	-1
+1		2	2	-2	-2	1	1
	2	2	-2	-2	1	1	0 → R

SI SOMMANO I NUMERI E SI RIPORTA IL RISULTATO IN BASSO

L'ULTIMO NUMERO OTTENUTO È IL RESTO DELLA DIVISIONE (IN QUESTO CASO R=0), MENTRE TUTTI I NUMERI DELL'ULTIMA RIGA ALL'INTERNO DELLA TABELLA SONO I COEFFICIENTI

REGOLA DI RUFFINI

DEL POLINOMIO RISULTATO, QUOZIENTE $Q(x)$, CHE SARÀ DI UN GRADO IN MENO DEL POLINOMIO DIVIDENDO $P(x)$, COSÌ

$$\begin{array}{|cccccc|} +2 & +2 & -2 & -2 & +1 & +1 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array}$$

$$2x^5 + 2x^4 - 2x^3 - 2x^2 + x + 1$$

QUINDI SEMPRE IN BASE ALLA REGOLA DELLA DIVISIONE SARÀ:

$$\left(2x^6 - 4x^4 + 3x^2 - 1\right) = (x-1)\cdot\left(2x^5 + 2x^4 - 2x^3 - 2x^2 + x + 1\right)$$

ESEMPIO 2

CALCOLIAMO LA SEGUENTE DIVISIONE:

$$\left(x^5 + x^3 + x + x^7\right) : (x-1)$$

ORDINIAMO ED EVENTUALMENTE COMPLETIAMO:

$$\left(x^7 + 0\cdot x^6 + x^5 + 0\cdot x^4 + x^3 + 0\cdot x^2 + x + 0\right) : (x-1)$$

IMPOSTIAMO LA TABELLA ED ESEGUIAMO I CALCOLI:

$$\begin{array}{c|ccccccc|c} & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ +1 & & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 3 & 4 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 3 & 4 & 4 \end{array}$$

QUINDI:

$$Q(x) = x^6 + x^5 + 2x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 3x + 4 \quad \text{E} \quad R = 4$$

COSÌ:

$$\left(x^7 + x^5 + x^3 + x\right) = (x-1)\cdot\left(x^6 + x^5 + 2x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 3x + 4\right) + 4$$

REGOLA DI RUFFINI

COSA SUCCEDE SE IL DIVISORE NON È UN POLINOMIO MONICO?

RICORDIAMO CHE PER POLINOMIO MONICO SI INTENDE UN QUALSIASI POLINOMIO NEL QUALE IL COEFFICIENTE DEL TERMINE DI GRADO MASSIMO È PARI AD 1.

VEDIAMO QUINDI COME PROCEDERE CON LA DIVISIONE CON IL METODO DI RUFFINI NEL CASO IN CUI IL DIVISORE NON È UN POLINOMIO MONICO.

SUPPONIAMO DI VOLER EFFETTUARE LA DIVISIONE CON IL METODO DI RUFFINI TRA IL POLINOMIO DIVIDENDO

$$P(x) = 12x^3 + 23x^2 + 5x$$

ED IL POLINOMIO DIVISORE

$$D(x) = 4x + 1$$

CHE È SI UN BINOMIO DI 1° GRADO MA NON È MONICO IN QUANTO IL COEFFICIENTE DELLA X (SUO TERMINE DI GRADO MASSIMO..) È PARI A 4.

PER RENDERLO PARI AD 1 BISOGNERÀ DIVIDERE PER TALE COEFFICIENTE (4) TUTTO IL DIVISORE, CIOÈ:

$$\frac{D(x)}{4} = \frac{4x+1}{4} = \frac{\cancel{4}x}{\cancel{4}} + \frac{1}{4} = x + \frac{1}{4}$$

MA DALLA PROPRIETÀ INVARIANTIVA DELLA DIVISIONE SAPPIAMO CHE AFFINCHÉ IL QUOZIENTE NON CAMBI, SE DIVIDIAMO IL DIVISORE PER UN NUMERO DOBBIAMO DIVIDERE ANCHE IL DIVIDENDO PER LO STESSO NUMERO E NEL NOSTRO ESEMPIO:

$$\frac{P(x)}{4}=\frac{12x^3+23x^2+5x}{4}=3x^3+\frac{23}{4}x^2+\frac{5}{4}x$$

A QUESTO PUNTO ALLORA POSSIAMO EFFETTUARE LA DIVISIONE MEDIANTE IL METODO DI RUFFINI CONSIDERANDO IL DIVIDENDO E IL DIVISORE RISCRITTI COME:

$$\left(3x^3+\frac{23}{4}x^2+\frac{5}{4}x\right):\left(x+\frac{1}{4}\right)$$

COSÌ:

$$\begin{array}{r|rrr|r} & 3 & \frac{23}{4} & \frac{5}{4} & 0 \\ -\frac{1}{4} & & -\frac{3}{4} & -\frac{5}{4} & 0 \\ \hline & 3 & \frac{20}{4} & 0 & 0 \end{array} \Rightarrow 3x^2+\frac{\cancel{20}^{\,5}}{\cancel{4}_{\,1}}x$$

CIOÈ:

$$\boxed{3x^2+5x}$$ QUOZIENTE

IN CONCLUSIONE

$$12x^3+23x^2+5x=(4x+1)(3x^2+5x)$$