

SISTEMI DISEQUAZIONI SUPERIORI AL 1° GRADO

UN SISTEMA DI QUESTO TIPO È COSTITUITO DA DISEQUAZIONI LE QUALI ALMENO UNA È DI 2° GRADO, CIOÈ UNA DISEQUAZIONE DI 2° GRADO ED ALMENO UNA DISEQUAZIONE DI 1° GRADO (COSÌ IL SISTEMA È ANCH'ESSO DI 2° GRADO) OPPURE DUE O PIÙ DISEQUAZIONI DI 2° GRADO ED IL GRADO DEL SISTEMA SARÀ PARI A 2 ELEVATO AL NUMERO DI DISEQUAZIONI DI 2° GRADO CHE LO COMPONGONO. COME PER I SISTEMI DI DISEQUAZIONI DI 1° GRADO, ANCHE IN QUESTO CASO PER DETERMINARNE LE SOLUZIONI SI PUÒ RICORRERE AL METODO DI CONFRONTO GRAFICO DETTO **PIENO/VUOTO** (SOLUZIONE/ NON SOLUZIONE) MEDIANTE IL QUALE SI OTTIENE LA INTERSEZIONE DEGLI INSIEMI SOLUZIONI DI OGNI SINGOLA DISEQUAZIONE CHE LO COMPONE. NATURALMENTE ANCHE IN QUESTO CASO SE UNA SOLA DISEQUAZIONE NON AMMETTE SOLUZIONI TUTTO IL SISTEMA NON AMMETTERÀ SOLUZIONI. PER LA SUA RISOLUZIONE QUINDI SI PROCEDE ALLO SVOLGIMENTO DI OGNI SINGOLA DISEQUAZIONE CHE LO COMPONE APPLICANDO INFINE IL METODO DEL CONFRONTO GRAFICO.

ESEMPIO

$$\begin{cases} \cancel{12}(x^2 - 16) > 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 16 > 0 \\ x > -2 \end{cases}$$

COME SAPPIAMO PER LE DISEQUAZIONI DI 2° GRADO SI PROCEDE PRIMA A RISOLVERE L'EQUAZIONE DI 2° GRADO ASSOCIATA

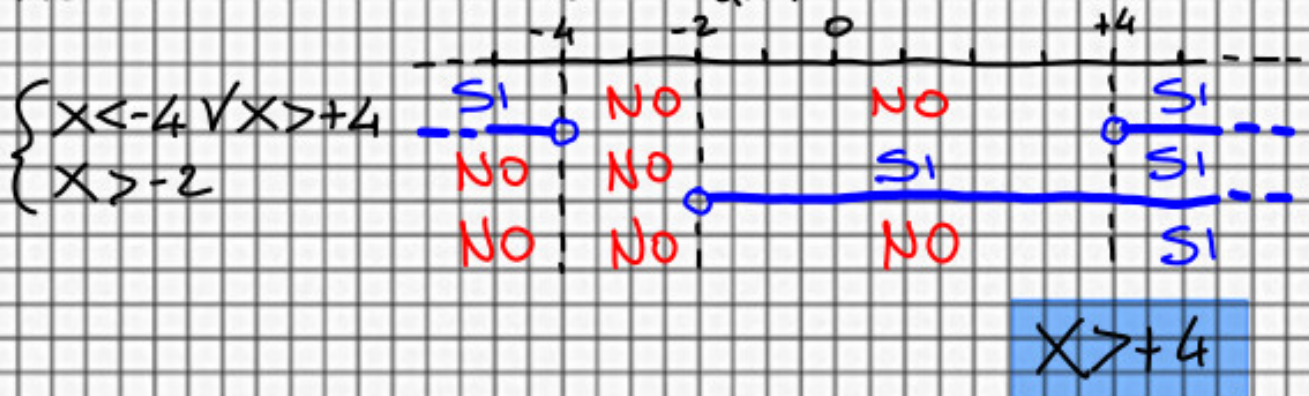
SISTEMI DISEQUAZIONI SUPERIORI AL 1° GRADO

$$x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x = 16 \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{16} \Rightarrow x_{1,2} = \pm 4$$

A QUESTO PUNTO SI PUÒ PROCEDERE CON LA DISEQUAZIONE CONTROLLANDO IL SEGNO DEL COEFFICIENTE "a" (POSITIVO) ED IL VERSO ">" (MAGGIORE/POSITIVO) E VISTO CHE SONO CONCORDI LE SOLUZIONI DELLA DISEQUAZIONE SARANNO ESTERNE (VEDERE LEZIONE SULLE DISEQUAZIONI DI 1° GRADO) CIOÈ:

$$x < -4 \vee x > +4$$

RITORNANDO QUINDI AL SISTEMA, APPLICHIAMO IL METODO DEL CONFRONTO GRAFICO:



ESERCIZI

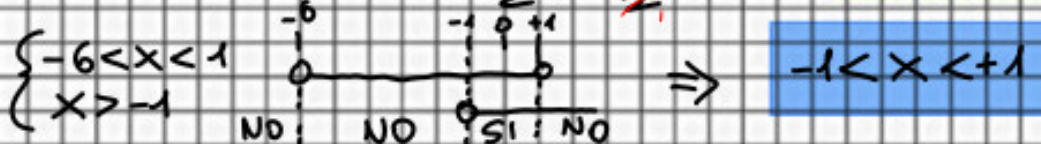
$$1 \quad \begin{cases} x^2 + 5x - 6 < 0 \\ 2x + 3 > x + 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 5x - 6 < 0 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0 \quad a=1 \quad b=5 \quad c=-6$$

$$\Delta = (5)^2 - 4(-6) = 25 + 24 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2} = \begin{cases} \frac{-5-7}{2} = -\frac{12}{2} = -6 \\ \frac{-5+7}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow -6 < x < 1$$



SISTEMI DISEQUAZIONI SUPERIORI AL 1° GRADO

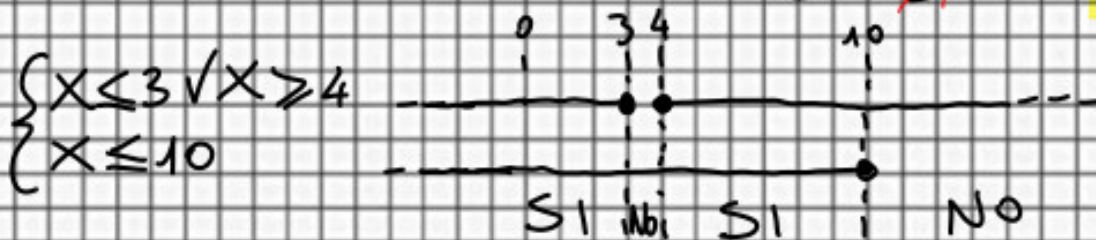
$$2 \quad \begin{cases} x^2 - 7x + 12 \geq 0 \\ x - 2 \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 7x + 12 \geq 0 \\ x \leq 10 \end{cases}$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0 \quad a=1 \quad b=-7 \quad c=12$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4(12) = 49 - 48 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{7-1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x \leq 3 \\ \cup \\ x \geq 4 \end{matrix}$$



$$x \leq 3 \vee 4 \leq x \leq 10$$

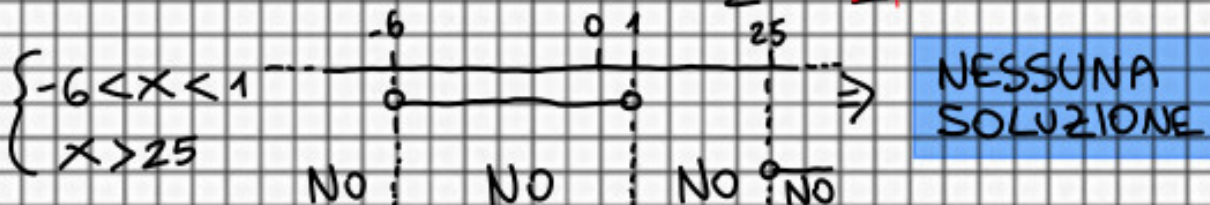
$$3 \quad \begin{cases} x^2 + 5x - 6 < 0 \\ 2x - 5 > x + 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 5x - 6 < 0 \\ x > 25 \end{cases}$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0 \quad a=1 \quad b=5 \quad c=-6$$

$$\Delta = (5)^2 - 4(-6) = 25 + 24 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-5 \pm 7}{2} = \begin{cases} \frac{-5-7}{2} = \frac{-12}{2} = -6 \\ \frac{-5+7}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow -6 < x < 1$$



SISTEMI DISEQUAZIONI SUPERIORI AL 1° GRADO

4

$$\begin{cases} x^2 + 12x + 35 > 0 \\ x^2 - x - 6 > 0 \end{cases}$$

$$x^2 + 12x + 35 = 0 \quad a=1 \quad b=+12 \quad c=35$$

$$\Delta = (12)^2 - 4(35) = 144 - 140 = 4$$

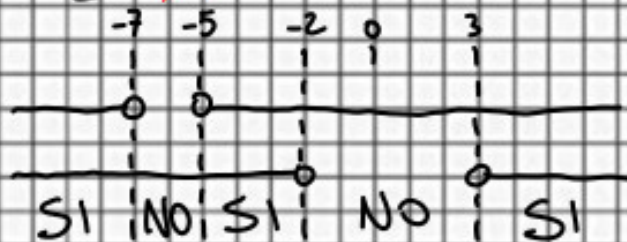
$$x_{1,2} = \frac{-12 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{-12 \pm 2}{2} = \begin{cases} \frac{-12-2}{2} = -\frac{14}{2} = -7 \\ \frac{-12+2}{2} = -\frac{10}{2} = -5 \end{cases} \Rightarrow x < -7 \cup x > -5$$

$$x^2 - x - 6 = 0 \quad a=1 \quad b=-1 \quad c=-6$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(-6) = 1 + 24 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} \frac{1-5}{2} = -\frac{4}{2} = -2 \\ \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow x < -2 \cup x > 3$$

$$\begin{cases} x < -7 \vee x > -5 \\ x < -2 \vee x > 3 \end{cases}$$



$$x < -7 \vee -5 < x < -2 \vee x > 3$$

5

$$\begin{cases} 3(4x+1)(4x-1) > 6-x^2 \\ 3(x^2-2) < 43 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3(16x^2-1) - 6 + x^2 > 0 \\ 3x^2 - 6 - 43 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 48x^2 - 3 - 6 + x^2 > 0 \\ 3x^2 - 49 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 49x^2 - 9 > 0 \\ 3x^2 - 49 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 49x^2 - 9 > 0 \\ 3x^2 - 49 < 0 \end{cases}$$

SISTEMI DISEQUAZIONI SUPERIORI AL 1° GRADO

$$49x^2 - 9 = 0 \quad a=49 \quad b=0 \quad c=-9$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}} = \pm \sqrt{\frac{9}{49}} = \pm \frac{3}{7} \Rightarrow x < -\frac{3}{7} \vee x > +\frac{3}{7}$$

$$3x^2 - 49 = 0 \quad a=3 \quad b=0 \quad c=-49$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}} = \pm \sqrt{\frac{49}{3}} = \pm \frac{7}{\sqrt{3}} = \pm \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \pm \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow -\frac{7\sqrt{3}}{3} < x < +\frac{7\sqrt{3}}{3}$$

RAZIONALIZZAZIONE ↑

$$\begin{cases} x < -\frac{3}{7} \vee x > +\frac{3}{7} \\ -\frac{7\sqrt{3}}{3} < x < +\frac{7\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$



$$-\frac{7\sqrt{3}}{3} < x < -\frac{3}{7} \vee \frac{3}{7} < x < +\frac{7\sqrt{3}}{3}$$

$$6 \quad \begin{cases} x+3 > 0 \\ 4x^2-x+1 > 0 \\ x^2+x-2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -3 \\ 4x^2-x+1 > 0 \\ x^2+x-2 \geq 0 \end{cases}$$

$$4x^2 - x + 1 = 0 \quad a=4 \quad b=-1 \quad c=1$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 1 - 16 = -15$$

NESSUNA SOLUZIONE REALE, $a > 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$

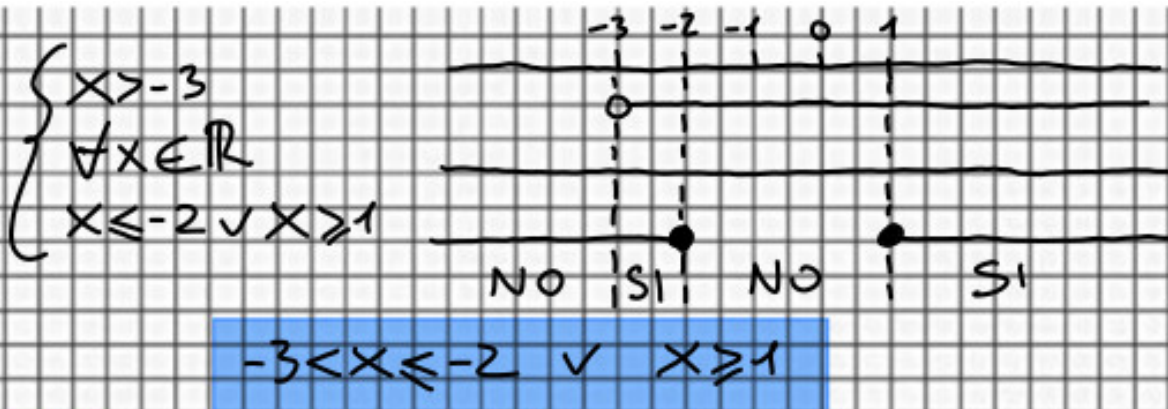
$$x^2 + x - 2 = 0 \quad a=1 \quad b=1 \quad c=-2$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} \frac{-1-3}{2} = -\frac{4}{2} = -2 \\ \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow x \leq -2 \vee x \geq 1$$

$$\begin{cases} x > -3 \\ \text{NESSUNA SOLUZIONE REALE, } a > 0 \Rightarrow 4x^2 - x + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R} \text{ (CIÒ È SEMPRE POSITIVA)} \\ x \leq -2 \vee x \geq 1 \end{cases}$$

SISTEMI DISEQUAZIONI SUPERIORI AL 1° GRADO



7

$$\begin{cases} x^2 - 5x + 6 < 0 \\ \frac{x-2}{x+1} \geq 0 \end{cases}$$

C.E.

$$x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$a=1 \quad b=-5 \quad c=6$$

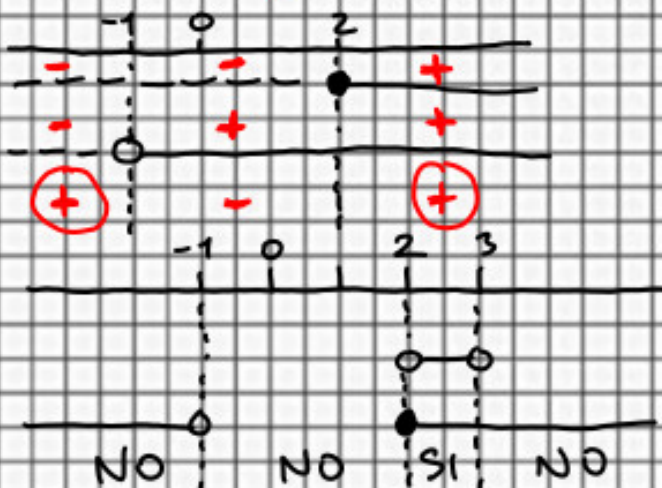
$$\Delta = (-5)^2 - 4(6) = 25 - 24 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow 2 < x < 3$$

$$x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$$

$$x+1 > 0 \Rightarrow x > -1$$

$$\Rightarrow x < -1 \vee x \geq 2$$



$$\begin{cases} 2 < x < 3 \\ x < -1 \vee x \geq 2 \end{cases}$$

$$2 < x < 3$$

SISTEMI DISEQUAZIONI SUPERIORI AL 1° GRADO

8

$$\begin{cases} \frac{x-2}{x+3} \geq 0 \\ 7+2x > -\frac{x^2}{7} \end{cases}$$

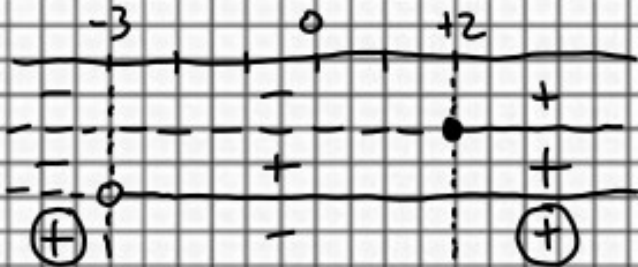
C.E.

$$x+3 \neq 0 \Rightarrow x \neq -3$$

$$x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$$

$$x+3 > 0 \Rightarrow x > -3$$

$$\Rightarrow x < -3 \cup x \geq 2$$



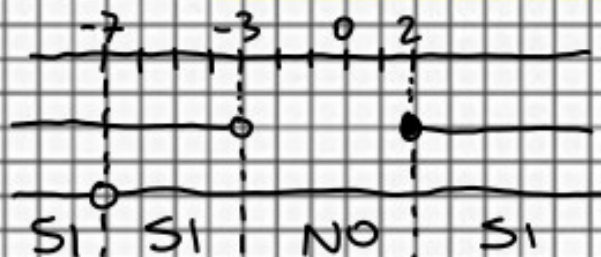
$$\begin{cases} x < -3 \cup x \geq 2 \\ x^2 + 14x + 49 > 0 \end{cases}$$

$$x^2 + 14x + 49 = 0 \quad a=1 \quad b=14 \quad c=49$$

$$\Delta = (14)^2 - 4(49) = 196 - 196 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-14 \pm 0}{2} = -\frac{14}{2} = -7 \Rightarrow x < -7 \cup x > -7$$

$$\begin{cases} x < -3 \cup x \geq 2 \\ x < -7 \cup x > -7 \end{cases}$$



$$x < -7 \cup -7 < x < -3 \cup x \geq 2$$