

SISTEMI EQ. 1° GRADO FRATTE

COME VISTO IN PRECENZA UNA EQUAZIONE DI QUALSIASI GRADO SI DICE **FRATTA (O FRAZIONARIA)** QUANDO IN ESSA L'INCOGNITA COMPARE AL DENOMINATORE DI QUALCHE FRAZIONE.

QUINDI UN SISTEMA DI EQUAZIONI DI PRIMO GRADO FRATTE NON È ALTRO CHE UN SISTEMA NEL QUALE NELLE EQUAZIONI DI PRIMO GRADO CHE LO COMPONGONO, L'INCOGNITA COMPARE AL DENOMINATORE DI QUALCHE FRAZIONE.

COME ABBIAMO VISTO, TRATTANDOSI DI SISTEMA, ALLORA SARÀ:

A) DETERMINATO:

QUANDO AMMETTE **UNA** SOLA SOLUZIONE
(UNA SOLUZIONE COMUNE A TUTTE LE EQUAZIONI)

B) INDETERMINATO:

QUANDO AMMETTE **INFINITE** SOLUZIONI
(INFINITE SOLUZIONI COMUNI A TUTTE LE EQUAZIONI)

C) IMPOSSIBILE:

QUANDO NON AMMETTE **NESSUNA** SOLUZIONE
(NESSUNA SOLUZIONE COMUNE A TUTTE LE EQUAZIONI)

PER LA SUA RISOLUZIONE BISOGNA SEMPLICEMENTE RICORRERE ALLA RISOLUZIONE DELLE EQUAZIONI DI PRIMO GRADO FRAZIONARIE.

VEDIAMO ALCUNI ESEMPI:

$$1 \quad \begin{cases} \frac{9}{x} + \frac{2}{y} = 4 \\ \frac{6}{y} = 2 + \frac{3}{x} \end{cases}$$

SISTEMI EQ. 1° GRADO FRATTE

C.E. $x \neq 0 \vee y \neq 0$

$$\begin{cases} \cancel{xy} \left(\frac{9}{\cancel{x}} + \frac{2}{\cancel{y}} \right) = 4xy \\ \frac{6}{y} = 2 + \frac{3}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9y + 2x = 4xy \\ \frac{6}{y} = 2 + \frac{3}{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4xy - 2x = 9y \\ \frac{6}{y} = 2 + \frac{3}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(4y - 2) = 9y \\ \frac{6}{y} = 2 + \frac{3}{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{9y}{4y-2} \\ \frac{6}{y} = 2 + \frac{3}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9y}{4y-2} \\ \frac{6}{y} = 2 + \frac{3}{\frac{9y}{4y-2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{9y}{4y-2} \\ \frac{6}{y} = 2 + \cancel{3} \cdot \frac{4y-2}{\cancel{3y}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9y}{4y-2} \\ \frac{6}{y} = 2 + \frac{4y-2}{3y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{9y}{4y-2} \\ \cancel{3y} \left(\frac{6}{y} \right) = \cancel{3y} \left(2 + \frac{4y-2}{\cancel{3y}} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9y}{4y-2} \\ 18 = 6y + 4y - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{9y}{4y-2} \\ 18 + 2 = 6y + 4y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9y}{4y-2} \\ 10y = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9y}{4y-2} \\ \frac{10y}{\cancel{10}} = \frac{20}{\cancel{10}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{9 \cdot 2}{4 \cdot 2 - 2} \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{18}{6} \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

SISTEMI EQ. 1° GRADO FRATTE

2

$$\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{5}{y} = 2 \\ \frac{10}{y} - \frac{4}{x} = 1 \end{cases}$$

C.E. $x \neq 0 \vee y \neq 0$

$$xy \cdot \left(\frac{4}{x} + \frac{5}{y} \right) = xy \cdot 2 \Rightarrow 4y + 5x = 2xy$$

$$2xy - 5x = 4y \Rightarrow x(2y - 5) = 4y$$

$$x = \frac{4y}{2y-5}$$

QUINDI

$$\frac{10}{y} - \frac{4}{\frac{4y}{2y-5}} = 1 \Rightarrow \frac{10}{y} - \cancel{4} \cdot \frac{2y-5}{\cancel{4y}} = 1$$

$$\frac{10}{y} - \frac{2y-5}{y} = 1 \Rightarrow \cancel{y} \left(\frac{10}{\cancel{y}} - \frac{2y-5}{\cancel{y}} \right) = 1 \cdot \cancel{y}$$

$$10 - 2y + 5 = y \Rightarrow 10 + 5 = y + 2y$$

$$3y = 15 \Rightarrow \frac{\cancel{3y}}{\cancel{3}} = \frac{15}{\cancel{3}} \Rightarrow y = 5$$

così

$$\begin{cases} x = \frac{4y}{2y-5} \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4 \cdot 5}{2 \cdot 5 - 5} \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\cancel{20}^4}{\cancel{5}} \\ y = 5 \end{cases} \quad \begin{matrix} x=4 \\ y=5 \end{matrix}$$

3

$$\begin{cases} \frac{x+4}{y+4} = 2 \\ \frac{y+5}{x+3} = -1 \end{cases}$$

C.E. $y+4 \neq 0 \quad y \neq -4$

$x+3 \neq 0 \quad x \neq -3$

SISTEMI EQ. 1° GRADO FRATTE

$$\begin{cases} -\frac{x+4}{y+4} = 2 \\ \frac{y+5}{x+3} = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} \cancel{(y+4)} \cdot \left(-\frac{x+4}{\cancel{y+4}}\right) = 2 \cdot (y+4) \\ \cancel{(x+3)} \cdot \left(\frac{y+5}{\cancel{x+3}}\right) = -1 \cdot (x+3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x-4 = 2y+8 \\ y+5 = -x-3 \end{cases} \quad \begin{cases} x+4 = -2y-8 \\ x+3 = -y-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2y-8-4 \\ x = -y-5-3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2y-12 \\ x = -y-8 \end{cases}$$

$$x=x \Rightarrow -2y-12 = -y-8$$

$$2y+12 = y+8$$

$$2y-y = 8-12$$

$$y = -4$$

**SOLUZIONE NON ACCETTABILE
PERCHÉ LE C.E. CI IMPONGONO CHE**

$$y \neq -4$$

QUINDI

SISTEMA IMPOSSIBILE

4

$$\begin{cases} \frac{y+1}{x-3} = 2 \\ x-3 = \frac{y+1}{2} \end{cases}$$

C.E. $x-3 \neq 0$ $x \neq 3$

$$\cancel{(x-3)} \cdot \frac{y+1}{\cancel{x-3}} = 2(x-3) \Rightarrow y+1 = 2x-6$$

$$y = 2x-6-1 \Rightarrow y = 2x-7$$

$$x-3 = \frac{2x-7+1}{2} \Rightarrow 2(x-3) = \cancel{2} \cdot \frac{2x-6}{\cancel{2}}$$

SISTEMI EQ. 1° GRADO FRATTE

$$2x - 6 = 2x - 6 \Rightarrow \cancel{2x} - \cancel{2x} = \cancel{6} - \cancel{6} \Rightarrow 0 = 0$$

IDENTITÀ SEMPRE VERA INDIPENDENTEMENTE DAL VALORE DI x , QUINDI QUALSIASI VALORE DI $x \neq 3$ (PER LE C.E.) E DI CONSEGUENZA QUALSIASI VALORE DI y , SONO ACCETTABILI, FORMANDO COSÌ INFINITE SOLUZIONI.

QUINDI

SISTEMA INDETERMINATO

S

$$\begin{cases} 10 - \frac{13}{4x} + \frac{3}{y} = 0 \\ \frac{3}{2y} + 9 = \frac{1}{2} + \frac{5}{2x} \end{cases}$$

C.E. $\frac{4x \neq 0}{2x \neq 0} \Rightarrow x \neq 0$

$\frac{y \neq 0}{2y \neq 0} \Rightarrow y \neq 0$

$$\begin{cases} \frac{3}{y} = \frac{13}{4x} - 10 \\ \frac{3+18y}{2y} = \frac{x+5}{2x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{y} = \frac{13-40x}{4x} \\ \cancel{2xy} \cdot \frac{3+18y}{\cancel{2y}} = \cancel{2xy} \cdot \frac{x+5}{\cancel{2x}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{4xy} \cdot \frac{3}{\cancel{y}} = \cancel{4xy} \cdot \frac{13-40x}{\cancel{4x}} \\ 3x+18xy = xy+5y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x = 13y - 40xy \\ 3x+18xy - xy = 5y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12x+40xy = 13y \\ 3x+17xy = 5y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(12+40y) = 13y \\ x(3+17y) = 5y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{13y}{12+40y} \\ x = \frac{5y}{3+17y} \end{cases} \Rightarrow \frac{13y}{12+40y} = \frac{5y}{3+17y}$$

SISTEMI EQ. 1° GRADO FRATTE

IL m.c.m. È $(12+40y) \cdot (3+17y)$

COSTI

$$\frac{(12+40y)(3+17y)}{(12+40y)(3+17y)} \cdot \frac{13y}{12+40y} = \frac{(12+40y)(3+17y)}{(12+40y)(3+17y)} \cdot \frac{5y}{3+17y}$$

$$13y(3+17y) = 5y(12+40y)$$

$$39y + 221y^2 = 60y + 200y^2$$

$$221y^2 - 200y^2 + 39y - 60y = 0$$

$$21y^2 - 21y = 0$$

$$y^2 - y = 0$$

$$y(y-1) = 0$$

$y=0$ NON ACCETTABILE PER LE C.E.

$y=1$ ACCETTABILE

QUINDI

$$x = \frac{13y}{12+40y} = \frac{13 \cdot 1}{12+40 \cdot 1} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

6

$$\begin{cases} \frac{x+1}{6-4y} - \frac{1-2y}{2y-3} = \frac{y-x}{12-8y} \\ y-x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

C.E.

$$6-4y \neq 0 \Rightarrow 4y \neq 6 \Rightarrow y \neq \frac{6}{4} \Rightarrow y \neq \frac{3}{2}$$

$$2y-3 \neq 0 \Rightarrow 2y \neq 3 \Rightarrow y \neq \frac{3}{2}$$

$$12-8y \neq 0 \Rightarrow 8y \neq 12 \Rightarrow y \neq \frac{12}{8} \Rightarrow y \neq \frac{3}{2}$$

SISTEMI EQ. 1° GRADO FRATTE

VISTO CHE NELLA 2° EQUAZIONE SI PUÒ ESPLICITARE IMMEDIATAMENTE LA y , PROCEDIAMO PER SOSTITUZIONE

$$\begin{cases} \frac{x+1}{6-4\left(\frac{4}{3}+x\right)} - \frac{1-2\left(\frac{4}{3}+x\right)}{2\left(\frac{4}{3}+x\right)-3} = \frac{\cancel{\left(\frac{4}{3}+x\right)} - x}{12-8\left(\frac{4}{3}+x\right)} \\ y = \frac{4}{3} + x \end{cases}$$

COSÌ

$$\frac{x+1}{6-\frac{16}{3}-4x} - \frac{1-\frac{8}{3}-2x}{\frac{8}{3}+2x-3} = \frac{\frac{4}{3}}{12-\frac{32}{3}-8x}$$

$$\frac{x+1}{\frac{18-16-12x}{3}} - \frac{\frac{3-8-6x}{3}}{\frac{8+6x-9}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{36-32-24x}{3}}$$

$$\frac{x+1}{\frac{2-12x}{3}} - \frac{\frac{-5-6x}{3}}{\frac{6x-1}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{4-24x}{3}}$$

$$(x+1) \cdot \frac{3}{2-12x} + \frac{5+6x}{3} \cdot \frac{3}{6x-1} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4-24x}$$

$$\frac{3x+3}{2-12x} + \frac{5+6x}{6x-1} = \frac{4}{4-24x} \Rightarrow \frac{3x+3}{2(1-6x)} + \frac{5+6x}{-(1-6x)} = \frac{4}{4(1-6x)}$$

IL m.c.m. È $2(1-6x)$, QUINDI

$$\cancel{2(1-6x)} \cdot \left[\frac{3x+3}{\cancel{2(1-6x)}} - \frac{5+6x}{\cancel{(1-6x)}} \right] = \cancel{2(1-6x)} \cdot \frac{1}{\cancel{1-6x}}$$

$$3x+3 - 2(5+6x) = 2 \Rightarrow 3x-12x = 2-3+10 \Rightarrow -9x = +9$$

$$x = \frac{+9}{-9} = -1 \quad y = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$$